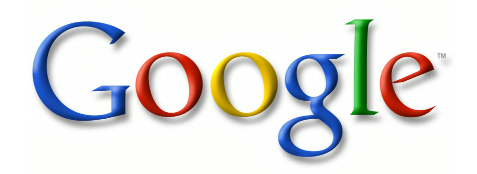
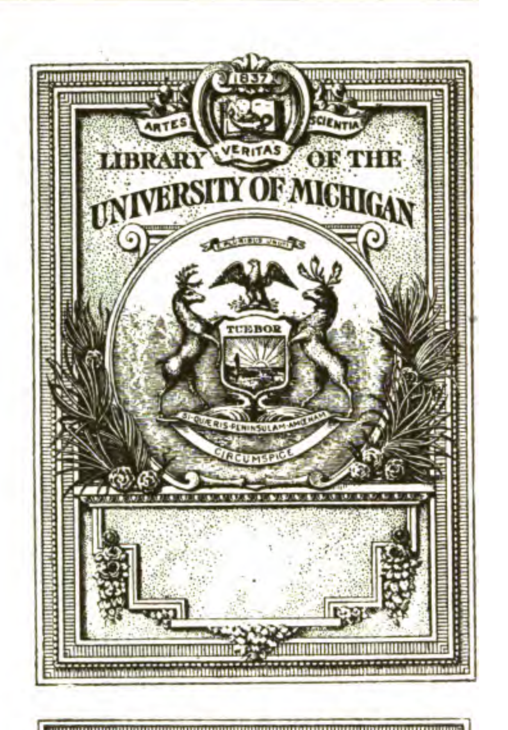

Google


1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUÆRIS PENINSULAM AMŒNAM
CIRCUMSPICE

Zur Elementaranalyse der Relativitätstheorie

Einleitung und Vorstufen

Von

Prof. Dr. C. Isenkrahe



uck und Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig

1921

Herausgeber dieses Heftes:
Geh. Rat Prof. Dr. K. Scheel, Berlin.

Vorwort.

Der Titel der vorliegenden Schrift redet von einer „Elementaranalyse“, andere Veröffentlichungen der letzten Jahre, z. B. einige von Einstein, Hilbert, Freundlich u. a. behandeln die „Grundlagen“ der Relativitätstheorie. — Ist beides nicht dasselbe? —

Der aus der Chemie entlehnte Begriff der Elementaranalyse bedeutet in seiner üblichen Auffassung die Trennung eines vorgelegten Objekts in solche Stoffe, die in sich selbst keine Verschiedenheit von Bestandteilen mehr erkennen lassen; was man aber als „Grundlagen“ der Relativitätstheorie vornehmlich aufweist, sind gewisse Aussagen, die beim Aufbau der Theorie „zugrunde gelegt“ werden, es sind letztinstanzliche, axiomatisch hingestellte, großenteils in die Form von Gleichungen gekleidete Sätze. Da jeder von diesen Sätzen aber zusammengefügt ist aus einer Reihe von Begriffen, also aus gewissen voneinander deutlich unterschiedenen Bestandteilen, so kann man noch keinen unter ihnen zutreffend in Parallele stellen mit den chemischen „Elementen“. Demnach hat die Elementaranalyse mit der Ausgrabung solcher „Grundlagen“ ihr Ziel noch nicht erreicht; sie muß tiefer bohren.

Der eingehenden Darlegung dieses Sachverhalts, daneben aber auch einer engeren Bezugsetzung zwischen den Begriffen „Elementaranalyse“ und „Relativitätstheorie“ sind die beiden ersten Abschnitte des Buches gewidmet.

Wegen des großen und stets noch wachsenden Umfangs aber, den das unter dem Namen „Relativitätstheorie“ zusammengefaßte Gebiet einnimmt, muß eine auf sämtliche in der Theorie beha[illegible]robleme sich erstreckende Durchführung und Erledigung sol[illegible]lyse sich zu einer überaus großen Arbeit auswachsen, di[illegible]lich geleistet werden konnte innerhalb der meiner

Schrift gesteckten Grenzen. Darum gab ich ihr einen einschränkenden Titel, der besagt, daß sie „zur Elementaranalyse der Relativitätstheorie Einleitung und Vorstufen“ behandeln soll.

Noch eine weitere Einschränkung hielt ich für nützlich. Zahlreich und im einzelnen erheblich voneinander abweichend sind die in letzter Zeit veröffentlichten Darstellungen der Relativitätstheorie. Um nun meine eigenen Erörterungen nicht zersplittern und in unnütze Breite ausdehnen zu müssen, erschien es sehr ratsam, unter der Menge der einschlägigen Schriften eine auszuwählen und diese gewissermaßen als Leitschnur zu benutzen. So griff ich mir denn das Buch von Prof. Dr. Weyl: „Raum — Zeit — Materie“ für diesen Zweck heraus, einerseits, weil ich es als das geeignetste erachtete, andererseits, weil es von der maßgebendsten Seite, nämlich von Einstein selbst, mit den lobendsten Ausdrücken empfohlen worden war. —

Was schließlich die Form der „Elementaranalyse“ betrifft, so stuft das Zerlegen der Theorie sich ab in die Herausschälung von „Grundbegriffen“ — die nicht definiert —, von „Arbeitsbegriffen“ — die definiert — und von „Grundsätzen“ — die nicht bewiesen, sondern paarweise kontradiktorisch einander gegenübergestellt werden. Eben deswegen nämlich, weil die „Grundsätze“ nicht auf sachlichen Beweisen ruhen, und Autoritätsbeweise hier gar nicht in Betracht kommen, bilden diese Paare, einzeln genommen, „Scheidewege“, bei denen die Wegewahl dem Ermessen, bzw. der sorgfältigen Erwägung eines jeden überlassen bleibt, der, gestützt auf Vernunft und Erfahrung, selbständig denken, prüfen, urteilen will. —

Zur bequemen Übersicht sind, was hier vorab schon erwähnt sei, die „Scheidewege“ nebst den in ihnen benutzten „Grund- und Arbeitsbegriffen“ am Schlusse des Buches in drei Listen eigens zusammengestellt.

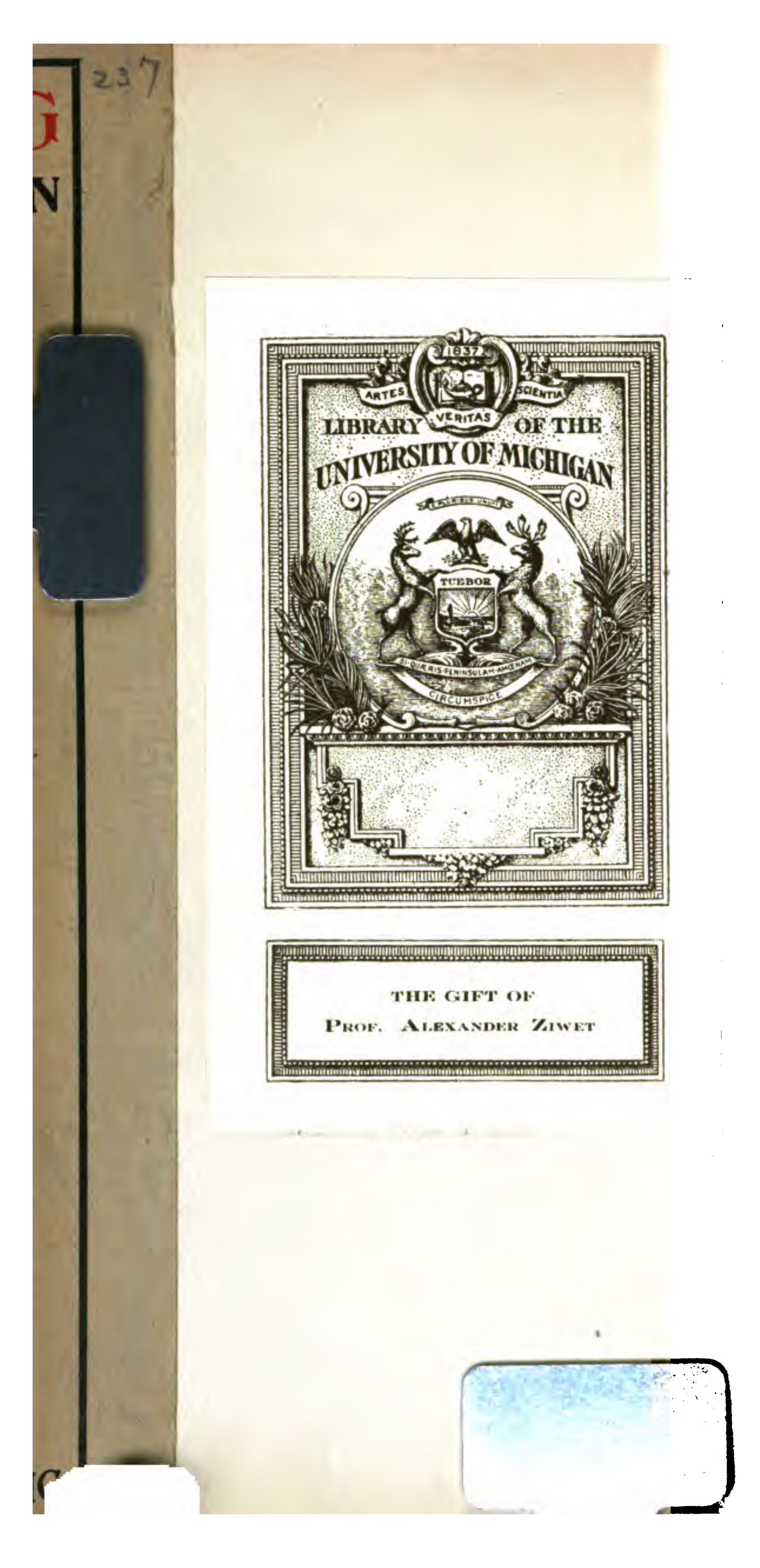
Trier, im Juli 1920.

Isenkrahe.

Ankündigung.

Das weitaus vorherrschende Problem der Jetztzeit auf naturwissenschaftlichem Gebiet ist die „Relativitätstheorie“. An ihr regen die Geister sich in einer Weise auf, wie es kaum je geschehen, und kämpfen erbittert gegeneinander mit Waffen, die leider nicht immer löblich gewählt sind. Da scheint zur Erzielung von Klarheit und zur Anbahnung wissenschaftlichen Friedens nichts geeigneter, als die exakte Zerlegung des Streitobjekts in seine Letztbestandteile, die Vorführung der „Elemente“, der „Grundbegriffe“ und „Grundsätze“, aus denen der Bau der Theorie zusammengefügt wurde. Eben das ists, was mit dem Namen der „Elementar-Analyse der Relativitätstheorie“ bezeichnet sein soll. Zu einem solchen umfassenden Werk die Einleitung zu liefern, eine Reihe unumgänglicher Vorfragen zu behandeln und sie ohne jede Voreingenommenheit, ohne Rücksichtnahme auf irgendwelche Personen und Tendenzen rein sachlich zu erörtern, ist der Zweck der vorliegenden Schrift. Möge sie dazu beitragen, einer Verständigung die Wege zu bahnen.

Inhaltsübersicht.


237
1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUÆRIS PENINSULAM AMŒNAM
CIRCUMSPICE
THE GIFT OF
PROF. ALEXANDER ZIWET

5-865

Alexander Ziwet

Zur Elementaranalyse der Relativitätstheorie

Einleitung und Vorstufen

Von

Prof. Dr. C. Isenkrahe



uck und Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig

1921

Nun ist aber auch die Wahrnehmbarkeit von Heterogenität wiederum etwas an sich „Relatives“.

Der Blinde tastet über eine polierte Granitplatte und findet sie homogen. Der Sehende erkennt sofort die Ungleichartigkeit ihrer Bestandteile: Orthoklas, Hornblende, Glimmer, Quarz usw. Das Mikroskop zeigt weitere, und das polarisierte Licht weist im Dünnschliff noch wieder weitere Heterogenitäten auf. Der Orthoklas mag optisch homogen erscheinen, gewissen chemischen Reagenzien gegenüber offenbart er sich jedoch als zusammengesetzt aus Kali, Tonerde, Kieselsäure usw. Das Kali hat sehr lange Zeit hindurch als homogen gegolten, bis es 1807 von Davy zerlegt wurde in Sauerstoff und Kalium. Ist nun Kalium ein homogener Stoff? — Sein Spektrum zeigt eine Verschiedenheit von Linien; liegt darin ein Beweis heterogener Bestandteile?

So ergibt sich, wie der Begriff der Homogenität und Heterogenität auch als ein relativer aufgefaßt werden kann, er läßt sich in Beziehung setzen zu gewissen uns zu Gebote stehenden Erkennungsmitteln: homogen für den Tastsinn — heterogen für das Auge; homogen für das Auge — heterogen für Reagenzien; homogen für Reagenzien — heterogen für den Strom usw. Wo ist das Ende?

Man könnte wiederum, analog zu obiger Bemerkung über Weyls „kleinste Teile der Elektronen“ sagen, das Ende sei erreicht, wenn eine Substanz gefunden sei, deren Bestandteile sich durch weiter gar nichts mehr voneinander unterscheiden, als durch deren momentanen Aufenthaltsort[1]). Gibt es überhaupt eine (oder etwa mehrere) solcher Substanzen? — Ja oder Nein?

Hier stehen die Vertreter der Wissenschaft vor einer kontradiktorischen Disjunktion, vor einer Wegscheide, an der Jasager sich von Neinsagern trennen mögen. Der Neinsager wird der „Elementaranalyse“ die Existenz eines festen Zieles absprechen; der Jasager wird die Existenz behaupten, muß aber dessen Erkennbarkeit doch wohl in Zweifel lassen. Beide werden sich dabei bescheiden müssen, daß die Elementaranalyse in jedem praktischen Falle nur eine relative Bedeutung hat. Und so ist denn auch die übliche Sinnunterlegung dieses Wortes, sofern es die Zerlegung einer Substanz in diejenigen Stoffe bedeutet, die heutzutage in der Liste der „Elemente“ aufgeführt zu werden pflegen, eine lediglich relative und konventionelle. Dieser Sachverhalt stand jedoch durchaus nicht im Wege und hat nicht verhindert, daß gerade der chemischen Analyse und ihrem beharrlichen Streben, bis zu „Elementen“

[1]) Nun wird freilich wieder gestritten über die (auch im späteren noch in Betracht zu nehmende) Frage, ob nicht zu gleicher Zeit am gleichen Ort mehrere Substanzen koexistieren können, d. h. über die Frage, ob das, was wir „Materie“ nennen, „undurchdringlich“ sei oder nicht.

vorzudringen, nicht bloß die abstrakte Wissenschaft, sondern überhaupt der Fortschritt menschlicher Kultur die herrlichsten Früchte verdankt.

B. Solch unleugbarer Nutzen darf wohl zu der Frage Anlaß geben, ob sich nicht auf *geistigem* Gebiet eine Methode aufweisen lasse, die diesem *chemischen* Verfahren in bezug auf das gesteckte Ziel und die angewandten Mittel vergleichbar wäre. Mir scheint das in mehrfacher Beziehung der Fall zu sein, namentlich aber auf dem Felde der Mathematik und der Physik.

Die Art, wie seitens der Mathematiker in den letzten Jahrzehnten die „Logistik" und die „Axiomatik" betrieben wurde, ist in der Tat schon nichts anderes, als eine „Elementaranalyse" des ihrer Arbeit unterliegenden Stoffes. Die Wissenschaft der Geometrie z. B. stellt eine Gesamtheit dar, zunächst gebildet aus einer langen Reihe von miteinander verketteten Aussagen, deren jede für sich betrachtet (wie etwa der Satz des *Thales* oder der des *Pascal* oder der des *Desargues*) eine *selbständige* Geltung hat und somit vergleichsweise wohl als etwas Abgeschlossenes, Vollständiges, als eine Art „gesättigter Verbindung" aufgefaßt werden kann. Zusammengesetzt aber ist jeder Satz aus gewissen Begriffen, die ich „Arbeitsbegriffe" nennen[1] möchte (z. B. Diagonale, Pol, Perspektive, Inversion, Kollineation, Affinität usw.). Der Arbeitsbegriff ist noch nichts Letztinstanzliches. Sein Sinn und seine Geltung beruhen vielmehr auf seiner *Definition*, d. h. auf einer Aussage, in welcher der betreffende Arbeitsbegriff zurückgeführt ist auf andere Begriffe. Letztere können nun ihrerseits auch wieder „Arbeitsbegriffe", also durch *Definitionen* hergeleitete sein, doch ist klar, daß das ganze System in der mathematischen Praxis schließlich und zuletzt beruhen muß auf gewissen, *nicht* weiter mehr abgeleiteten, auf solchen, die als „*Grundbegriffe*" in Dienst genommen sind. Diese entsprechen den chemischen „Elementen", und zwar eigens insofern, als der Vergleich sich auf den *Stoff*, auf das der Arbeit unterzogene *Material* bezieht. Die Parallele läßt sich aber in etwa auch noch ausdehnen auf die eigentliche *Arbeitsmethode*.

In der Chemie übt man die Methode der Trennung und der Zusammensetzung der Stoffe: „Analyse" und „Synthese". In der Mathematik gibt es analog ein „analytisches" und ein „synthetisches", desgleichen insbesondere bei den „*Beweisen*" ein „retrogrades" und ein

---

[1]) Der Name „Arbeitsbegriff" hat nicht die Bedeutung, daß *nur solche* Begriffe der wissenschaftlichen „Arbeit" dienen, sondern er soll besagen, daß ihr *nächster* und *Hauptzweck* eben in dieser „Arbeit" besteht. Ebenso verhält es sich ja auch mit dem Namen „Arbeitshypothese", der in der physikalischen Wissenschaft schon längst üblich ist.

„progressives“ Verfahren. Logisch genommen, besteht der ganze Beweisprozeß in der Darlegung eines bündigen Zusammenhanges zwischen dem Demonstrandum und einer gewissen Anzahl von Voraussetzungen. Letztere können ihrerseits entweder aus anderen Voraussetzungen abgeleitet, also „bewiesen“, oder nicht abgeleitet, also „unbewiesen“ hingestellt sein. Genau ebenso nun, wie vorhin bezüglich der „Begriffe“ und ihrer „Definitionen“ sich ergab, daß im wirklichen Arbeitsverlauf zuletzt bei einer Anzahl von „Grundbegriffen“, also dem undefinierten Begriffsmaterial haltgemacht werden mußte, so liegt einleuchtenderweise derselbe Zwang auch bezüglich der „Beweise“ und ihrer „Voraussetzungen“ vor. Gewiß mag manche Voraussetzung selber wieder bewiesen sein oder werden können, aber einen „regressus in infinitum“ kann der Mensch nicht vollziehen, weder beim Analysieren, noch beim retrograden Definieren, noch beim retrograden Beweisen. Alles das muß irgendwo aufhören, daher beruht auch das ganze Beweisgebäude in letzter Instanz auf einer Reihe von

unbewiesen hingestellten Beweisunterlagen.

Solche Aussagen pflegen mit dem Namen „Axiome“ bezeichnet zu werden, einem Worte übrigens, dessen Sinn mitunter verschieden aufgefaßt und namentlich manchmal dahin verbogen wird, als ob es einen Satz bedeute, der „eines Beweises weder fähig noch bedürftig“ sei. Diese „Beweisfähigkeit“ bzw. „Beweisbedürftigkeit“ bildet aber gerade da, wo zum Zweck eines zu führenden „Beweises“ eine gewisse Aussage als „unbewiesen hingestellte Beweisunterlage“ benutzt wird, gar nicht den Gegenstand der ins Auge gefaßten Erwägung. Das ist ebensowenig der Fall, als wenn — um auf ein schon erwähntes Beispiel zurückzukommen — bei der „Elementaranalyse“ des Benzols die Formel C_6H_6 ermittelt worden ist, und man dabei ganz absieht von der weiteren Frage, ob nun der Kohlenstoff und der Wasserstoff selbst noch einer weiteren Zerlegung „fähig und bedürftig“ seien. Und so kann gesagt werden, daß auch den „Axiomen“ der Mathematik gleich den „Elementen“ der Chemie in gewisser Hinsicht und in gewissen Grenzen eine Art von „Relativität“ anhafte. Erstere gelten mit Bezug auf den Beweis, dem sie dienen, als „unbewiesen hingestellte Beweisunterlagen“ [1]), letztere

[1]) Um der Unbestimmtheit des Wortes „Axiom“ und seinen etwaigen Mißdeutungen auszuweichen, habe ich in meiner Schrift: „Zum Problem der Evidenz“ (Kempten-München 1917, S. 36) im Anschluß an die heutzutage viel und mit Nutzen angewendete Methode der sogenannten „Kurznamen“ (z B. Hapag, Bugra, Delag usw.) aus obiger scharfen Kennzeichnung: „unbewi[illegible] hingestellte Beweisunterlage“ durch Zusammenstellung der Wortanfänge: „[illegible] B, Unt“ den Namen „Uhbunt-Satz“ gebildet. Näheres über das Verhäl[illegible] dieser Sätze zu den „Axiomen“ und zur „Axiomtheorie“ siehe an der gena[illegible] Stelle S. 37 bis 42.

mit Bezug auf unternommene Analysen als solche Bestandteile des untersuchten Stoffes, deren etwaige Zerlegbarkeit für den Zweck der gerade angestellten Untersuchung nicht in Betracht gezogen ist. Dabei bildet die Zerlegbarkeit der „Elemente" bzw. die Beweisbarkeit der „Axiome" (was die erwähnte „Fähigkeit" und „Bedürftigkeit" angeht) ein eigenes, auch im einzelnen oft genug behandeltes Problem für sich.

Zur Sicherung vollen Verständnisses scheint es mir nun nützlich, hier noch zwei besondere Punkte zur Sprache zu bringen.

Vorhin (S. 5) wurde genau unterschieden zwischen einer Analyse des „Materials", das bei der mathematischen Arbeit zur Verwendung kommt, und einer Analyse der bei dieser Verwendung befolgten „Methode". Die Analyse des „Materials" stellte einander gegenüber: letztinstanzliche, undefinierte, als sinnklar benutzte „Grundbegriffe" und: abgeleitete, mit Hilfe von Definitionen erklärte „Arbeitsbegriffe". Die Analyse der „Methode" ergab ihrerseits den Unterschied zwischen letztinstanzlichen, unbewiesen hingestellten, einfach als richtig benutzten Unterlagen, auch „Axiome" („Uhbuntsätze") genannt, und abgeleiteten, erst durch einen Beweis als richtig dargetanen Aussagen, die eigens in Hinsicht auf den zu führenden Beweis „Demonstranda", im allgemeinen auch „Theoreme" genannt werden.

Zwischen den so entstandenen vier Spaltungsergebnissen lassen sich nun noch einige Beziehungen feststellen:

„Arbeitsbegriffe" und „Theoreme" gewinnen ihre Geltung durch ein besonderes Denkgeschäft; erstere durch eine „Definition", letztere durch einen „Beweis". Beide können nun aber (worauf ebenfalls schon hingewiesen wurde), auch wieder als Unterlagen derselben Arbeit dienen, insofern einerseits manche Definition, anstatt auf „Grundbegriffe", sich auf (definierte) „Arbeitsbegriffe", andererseits mancher Beweis, anstatt auf Axiome, sich auf (bewiesene) Theoreme stützen kann. In solcher vermittelnden Rolle sind Arbeitsbegriffe und Theoreme zwar sehr nützliche und bequeme, aber beide keine notwendigen Hilfsmittel der Denkarbeit. Denn jede Definition läßt sich unmittelbar auf Grundbegriffe, jeder Beweis unmittelbar auf Axiome aufbauen, nur möchte das mitunter sehr umständlich sein.

Man kann sogar noch weiter gehen und auch alle Definitionen als entbehrlich bezeichnen, dann muß man nach der „Substitutionsmethode" [1]) jeden Arbeitsbegriff durch diejenigen Grundbegriffe ersetzen, die zu

---

[1]) …ber erfolgreiche Verwendung der „Substitutionsmethode" bei philo-…n Erörterungen habe ich aus gelegentlichen besonderen Anlässen einige …kungen gemacht in: „Das Endliche und das Unendliche", Münster 1915, und in der „Grundlegung eines bündigen kosmologischen Beweises", … München 1915, S. 11.

seiner Definition gedient haben. Solch ein Verfahren wird gewiß niemand pädagogisch empfehlenswert finden zum Aufbau einer Wissenschaft, wohl aber ist in vielen Fällen gerade die „Substitutionsmethode“ sehr geeignet, um gewisse, bei einem Beweisverfahren vorgekommene Fehler in helles Licht zu setzen.

Nicht bloß zu den „Theoremen“, sondern auch zu den „Axiomen“ lassen sich die „Arbeitsbegriffe“ in eine besondere Beziehung bringen; denn die Definition eines Arbeitsbegriffes hat mit einem „Axiom“ die Eigenschaft gemein, daß beiderlei Aussagen ohne Beweis hingestellt sind. Diese Gemeinsamkeit mag vielleicht Hilbert dazu veranlaßt haben, daß er Definitionen in die Axiome hineinbezog. So liest man in seinen klassischen „Grundlagen der Geometrie“ (3. Aufl. 1909, S. 4) bezüglich der „Axiome der Anordnung“ (ich unterstreiche die kennzeichnenden Worte):

> „Die Axiome dieser Gruppe definieren den Begriff »zwischen« und ermöglichen auf Grund dieses Begriffs die Anordnung der Punkte auf einer Geraden, in einer Ebene und im Raume.“

Dementsprechend trägt er sodann auch (S. 20) das „Euklidische Parallelenaxiom“ vor in folgender Form:

> „Es sei a eine beliebige Gerade und A ein Punkt außerhalb a: dann gibt es in der durch a und A bestimmten Ebene α nur eine Gerade b, die durch A läuft und a nicht schneidet. Dieselbe heißt die Parallele zu a durch A.“

Enthält das in diese Form gekleidete „Axiom“ nicht zwei logisch ganz verschieden geartete Aussagen? — Für den mathematischen Handgebrauch mag das von geringer Bedeutung sein, aber die „Elementaranalyse“ wird doch das „Heterogene“ voneinander spalten und aus diesem „Axiom“ eine „Definition“ herausschälen müssen, etwa des Inhalts:

> „Eine durch den Punkt A laufende Gerade b, welche mit der Geraden a in ein und derselben Ebene α liegt und (bei beliebiger Verlängerung von a und b) die Gerade a nicht schneidet, „heißt die Parallele zu a durch A.“

Den logischen Rest bildet dann diejenige axiomatische Aussage, welche die Einzigkeit der solchermaßen definierten „Parallele“ behauptet. So liefert die „Definition“ vorerst eine Sinnerklärung für den Arbeitsbegriff „Parallele“, und das „Axiom“ benutzt letzteren zur Herstellung der für das Gebäude der „Euklidischen Geometrie“ kennzeichnenden Unterlage. Damit ist zwischen dem „Erwerb des Materials“ und der „Methode seiner Verwendung“ eine reinliche Scheidung vollzogen.

Das Gegenteil der „Analyse“ ist die „Synthese aus den Elementen“. Daß diese in der Mathematik, wenn auch zuweilen etwas mühselig, doch

stets sicher gelingt, unterliegt keinem Zweifel. In der Chemie ist sie zwar häufig genug — manchmal unmittelbar, manchmal erst auf großen Umwegen — erzielt worden, in sehr vielen Fällen jedoch, namentlich auf organischem Gebiet, bisher überhaupt noch nicht.

C. Läßt sich nun, das ist jetzt die weitere Frage, auch auf dem Arbeitsfelde der theoretischen Physik der „Elementaranalyse" etwas ihr Ähnliches an die Seite stellen? — Wie das in mehrfacher Hinsicht angestrebt und in bedeutendem Umfange auch schon erreicht worden ist, zeigt u. a. A. Haas in einem bedeutsamen Artikel über „Die Axiomatik in der modernen Physik", den die „Naturwissenschaften" im 41. Heft 1919, S. 744 bis 750, veröffentlichten.

Wenn nun im folgenden der Versuch gemacht werden soll, eigens die „Relativitätstheorie" einer solchen Betrachtungsweise zu unterziehen, so ist die nächste Frage die: „Was vertritt denn in ihr überhaupt die Rolle der „Elemente"?"

Nach dem vorhin Dargelegten müssen darunter verstanden werden einerseits eine Anzahl von nicht definierten, d. h. Grundbegriffen, andererseits gewisse Sätze als „unbewiesen hingestellte Beweisunterlagen" (auch „Axiome" bzw. „Uhbuntsätze" genannt). Letztere können zusammengesetzt sein aus undefinierten, also Grundbegriffen, oder aus definierten, d. h. Arbeitsbegriffen.

Wäre irgend einmal eine solche Art von Elementaranalyse einwandfrei und in umfassender Weise gelungen, so würde eine weitere Diskussion im wesentlichen nur noch betreffen können die Klarheit oder Unklarheit etwelcher benutzter „Grundbegriffe" bzw. die Evidenz oder Nichtevidenz etwelcher benutzter „Axiome"[1]. Bei Beurteilung der letzteren spielen selbstverständlich die „physikalischen Tatsachen" eine Hauptrolle.

Starke Anregung, gerade bei der Relativitätstheorie den Versuch einer nach dem Muster der Geometrie eingerichteten „Elementaranalyse"

[1] Wenn jemand einen „axiomatischen" Satz als wahr, richtig, zutreffend hinnimmt, so beruht dieses Fürwahrhalten — da ja den „Axiomen" keine Beweise beigefügt sind — lediglich einerseits auf dem Eigenlicht, der Leuchtkraft, der „Apparenz" dieses Axioms, andererseits auf der Einsicht, der „Perspizienz", der Auffassungskraft des betreffenden Intellekts. Das Zusammentreffen bzw. Zusammenwirken dieser beiden Faktoren, des objektiven und des subjektiven, ist erforderlich für die „Evidenz" des „Axioms". Und so ist es möglich und oft genug der Fall, daß ein und dasselbe „Axiom" für den einen Menschen dent", für den andern nicht evident ist. Daher kann prinzipiell jedes om eine Trennungsstelle bedeuten, und wenn dabei die begriffliche nnung in einer scharfen kontradiktorischen Form geschieht, so liegt stets vor Augen ein Scheideweg, an dem Jasager und Neinsager auseinanderen (vgl. S. 4).

zu unternehmen, finde ich in dem oben schon erwähnten vortrefflichen, auch von Einstein in den „Naturwissenschaften“ nachdrücklichst empfohlenen Buche von Hermann Weyl mit dem Titel: „Raum, Zeit, Materie“ [1]). In der „Einleitung“ schreibt Weyl: „An die Geometrie hat sich ... der Wahrheitsglaube wie an einen Fels geklammert, und es konnte als das höchste Ideal [!] der Wissenschaft aufgestellt werden, »more geometrico« betrieben zu werden“.

Nun gibt es aber überhaupt keine naturwissenschaftliche Disziplin, die mit der Geometrie, mit der Lehre vom Raume und von räumlichen Gebilden in innigere Beziehung träte, als die „Relativitätstheorie“. Und so erscheint es wohl naturgemäß, daß auch sie „more geometrico“ betrieben, also daß auch bei ihr die „Elementaranalyse“ bis auf die letzterkennbaren Grundlagen zurückgeführt werde.

II. Die Bedeutung der „Grundlagen“ in der Auffassung Hilberts und Einsteins.

Übersicht.

A. Hilbert hat der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen über die „Grundlagen der Physik“ zwei Mitteilungen vorgelegt, die erste 1915, die zweite 1917. Die erste führt zwei Axiome, drei mathematische „Theoreme“ und eine Reihe darauf gestützter Rechnungen vor. Die zweite definiert gewisse Begriffe mit Hilfe analytischer Formeln und beschäftigt sich mit der Integration von Differentialgleichungen. — Was Hilbert „Grundlagen“ nennt, deckt sich nicht mit dem Begriff der „Elementaranalyse“. Letztere muß tiefer bohren.

B. Aus Einsteins zahlreichen Schriften kommt besonders seine Broschüre: „Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie“, Leipzig 1916, in

[1]) Einstein urteilt darüber („Die Naturwissenschaften“ 1918, S. 373): „Immer wieder drängt es mich dazu, die einzelnen Teile dieses Buches von neuem durchzulesen. Denn jede Seite zeigt die unerhört sichere Hand des Meisters, der den Gegenstand von den verschiedensten Seiten durchdrungen hat.“ — Ich erinnere mich nicht, daß unter den überaus zahlreichen von der Relativitätstheorie handelnden Schriften irgend einer jemals ein höheres Lob, und zwar von so autoritativer Seite gespendet worden wäre Daher halte ich das Buch Weyls für das bestempfohlene und bediene r im folgenden vornehmlich seiner als Handhabe und Wegleitung. Best wurde ich in dieser Wahl durch Prof. Haas, der in seinem vorhin erwäh Artikel urteilt, daß das Buch von Weyl „für ein tieferes Eindringen i allgemeine Relativitätstheorie vor allem in Betracht komme“.

Betracht. Auch Einsteins Darlegungen zielen auf arithmetisch formulierte „Grundlagen" und erstreben nicht das, was Aufgabe der „Elementaranalyse" sein muß. — Eingehendere Behandlung eines räumlichen Problems unter besonderer Bezugnahme auf das Kausalgesetz.

A. Schon vor dem Erscheinen des Weylschen Buches gab es über die in Betracht genommenen **„Grundlagen"** eine erhebliche Literatur, aus der gewisse Arbeiten von Hilbert und Einstein mir als die wichtigsten erscheinen und daher hier — namentlich in ihrem Verhältnis zur „Elementaranalyse" — näher besprochen werden sollen.

Hilbert legte der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen am 20. November 1915 bzw. am 23. Dezember 1916 Untersuchungen vor, die in den „Göttinger Nachrichten" von 1915 bzw. 1917 unter dem Titel: „**Die Grundlagen** der Physik. Erste und zweite Mitteilung", veröffentlicht sind. Von Einsteins zahlreichen Schriften wählen wir die vorhin schon erwähnte Broschüre aus, die den enger gefaßten Titel führt: „Die **Grundlage** der Relativitätstheorie".

Wenden wir uns zunächst zu Hilbert und fragen, was er überhaupt unter „**Grundlagen** der Physik" verstehe, so können uns darüber gleich die Sätze belehren, mit denen er seine „Erste Mitteilung" einleitet. Er schreibt (a. a. O. S. 395):

„Die gewaltigen Problemstellungen von Einstein, sowie dessen scharfsinnige zu ihrer Lösung ersonnenen Methoden und die tiefgreifenden Gedanken und originellen Begriffsbildungen, vermöge deren Mie seine Elektrodynamik aufbaut, haben der Untersuchung über die Grundlagen der Physik neue Wege eröffnet.

Ich möchte im folgenden — im Sinne der axiomatischen Methode — wesentlich aus zwei einfachen Axiomen ein neues System von Grundgleichungen der Physik aufstellen, die von idealer Schönheit sind, und in denen, wie ich glaube, die Lösung der Probleme von Einstein und Mie gleichzeitig enthalten ist...

Es seien w_s ($s = 1, 2, 3, 4$) irgendwelche, die Weltpunkte wesentlich eindeutig benennende Koordinaten, die sogenannten Weltparameter (allgemeinste Raum-Zeit-Koordinaten). Die das Geschehen in w_s charakterisierenden Größen seien:

1. die zehn zuerst von Einstein eingeführten Gravitationspotentiale $g_{\mu\nu}$ ($\mu, \nu = 1, 2, 3, 4$) mit symmetrischem Tensorcharakter gegenüber einer beliebigen Transformation der Weltparameter w_s;

.ie vier elektrodynamischen Potentiale q_s mit Vektorcharakter
" Sinne.

physikalische Geschehen ist nicht willkürlich, es gelten viel-
"nde zwei Axiome:

Axiom I (Mies Axiom von der Weltfunktion): Das Gesetz des physikalischen Geschehens bestimmt sich durch eine Weltfunktion H, die folgende Argumente enthält:

$$g_{\mu\nu}, \quad g_{\mu\nu l} = \frac{\delta g_{\mu\nu}}{\delta w_l}, \quad g_{\mu\nu k} = \frac{\delta^2 g_{\mu\nu}}{\delta w_l \delta w_k},$$

$$q_s, \quad q_{sl} = \frac{\delta q_s}{\delta w_\lambda}, \quad (l, k = 1, 2, 3, 4)$$

und zwar muß die Variation des Integrals

$$\int H \sqrt{g}\, d\omega$$

$$(g = |g_{\mu\nu}|, \quad d\omega = dw_1\, dw_2\, dw_3\, dw_4)$$

für jedes der 14 Potentiale $g_{\mu\nu}$, q_s verschwinden."

Kennzeichnend an diesen Sätzen ist besonders, daß Hilbert bei Darlegung der „Grundlagen der Physik" zunächst „Grundgleichungen der Physik" vorführen will, daß er eine „Weltfunktion H" benutzt, also einen mathematischen Ausdruck, der gebildet ist aus „Argumenten", d. h. aus Symbolen, die ihrerseits letzten Endes aus gewissen Maßzahlen zusammengesetzt sind.

Mit den Begriffen: messen, zählen, rechnen, Koordinaten, Parameter, Funktion, Potential, Tensor, Vektor, Variation und Transformation verfährt Hilbert beim „Axiom I" also wie mit etwas Gegebenem.

Er fährt fort (S. 396):

„Axiom II (Axiom von der allgemeinen Invarianz): Die Weltfunktion H ist eine Invariante gegenüber einer beliebigen Transformation der Weltparameter w_s.

Axiom II ist der einfachste mathematische Ausdruck für die Forderung, daß die Verkettung der Potentiale $g_{\mu\nu}$, q_s an und für sich völlig unabhängig ist von der Art, wie man die Weltpunkte durch Weltparameter benennen will."

Dann folgt bei Hilbert eine Reihe von Rechnungen, die sich auf drei mathematische „Theoreme" stützen, und deren Ergebnis er am Schlusse zusammenfaßt mit den Worten (S. 407):

„Wie man sieht, genügen bei sinngemäßer Deutung die wenigen einfachen in den Axiomen I und II ausgesprochenen Annahmen zum Aufbau der Theorie: durch dieselbe werden nicht nur unsere Vorstellungen über Raum, Zeit und Bewegung von Grund aus in dem von Einstein dargelegten Sinne umgestaltet, sondern ich bin auch der Überzeugung, daß durch die hier aufgestellten Grundgleichungen die intimsten bisher verborgenen Vorgänge innerhalb des Atoms Aufklärung erhalten werden und insbesondere allgemein eine Zurückführung aller physikalischen Konstanten auf mathematische Konstanten möglich sein muß — wie

denn überhaupt damit die Möglichkeit naherückt, daß aus der Physik im Prinzip eine Wissenschaft von der Art der Geometrie werde: gewiß der herrlichste Ruhm der axiomatischen Methode, die hier, wie wir sehen, die mächtigen Instrumente der Analysis, nämlich Variationsrechnung uud Invariantentheorie, in ihre Dienste nimmt."

Seine „Zweite Mitteilung" über die „Grundlagen der Physik" beginnt Hilbert mit dem Satze: „In meiner ersten Mitteilung habe ich ein System von Grundgleichungen der Physik aufgestellt" und deutet auch damit wiederum an, daß es **Gleichungen**, Ergebnisse mathematischer Überlegungen sind, was er unter „Grund**lagen** der Physik" versteht. Dann fährt er fort (a. a. O., S. 1): „Ehe ich mich zur Theorie der Integration dieser Gleichungen wende, erscheint es nötig, einige allgemeine Fragen sowohl logischer als physikalischer Natur zu erörtern."

Nun ist die Erörterung dieser Fragen bei ihm ebenfalls wieder auf dem Boden der Rechnung erbaut. So z. B. kennzeichnet er den Begriff der „Strecke" durch die Relation:

$$G\left(\frac{dx_s}{dp}\right) > 0,$$

den Begriff der Länge einer Strecke durch das Integral

$$\lambda = \int \sqrt{G\left(\frac{dx_s}{dp}\right)}\, dp,$$

den Gegensatz zwischen der „Zeitlinie" und der „Strecke" durch die Ungleichung

$$G\left(\frac{dx_s}{dp}\right) < 0$$

und die „Eigenzeit der Zeitlinie", entsprechend der Streckenlänge durch das Integral:

$$\tau = \int \sqrt{-G\left(\frac{dx_s}{dp}\right)}\, dp.$$

Alle diese Begriffe gehören einer vierdimensionalen „Pseudogeometrie" an, und — so fährt Hilbert fort — „um diese Begriffe unserer Pseudogeometrie anschaulich zu machen, denken wir uns zwei ideale Maßinstrumente: den Maßfaden, mittels dessen wir die Länge λ einer jeden Strecke zu messen imstande sind und zweitens die Lichtuhr, mittels derer wir die Eigenzeit einer jeden Zeitlinie bestimmen können. Der Maßfaden zeigt Null und die Lichtuhr hält an längs jeder Nullinie, während ersterer längs einer Zeitlinie, letzterer längs einer Strecke gänzlich versagt".

Auf einzelne in der Hilbertschen Abhandlung noch weiterhin enthaltene wichtige Äußerungen können wir bei sich später bietenden Ge-

legenheiten zurückkommen. Hier genügt es, darauf hinzuweisen, daß das, was Hilbert unter „Grundlagen der Physik“ versteht und als solche darbietet, sich keineswegs deckt mit dem, was wir unter einer „Elementaranalyse“ verstehen. Letztere muß etwas tiefer bohren. Sie muß vor allem manches, was einer „mathematischen“ Behandlung noch erst zur Voraussetzung dient, nämlich das eigentliche Objekt des Messens und Zählens feststellen, die daran zu leistende Arbeit zergliedern, ihre begriffliche Unterlage prüfen und sie auf Grundbegriffe bzw. Axiome zurückzuführen suchen.

B. Einstein teilt den Inhalt seiner genannten Broschüre in drei Hauptabschnitte ein, nämlich:

„A. Prinzipielle Erwägungen zum Postulat der Relativität.

B. Mathematische Hilfsmittel für die Aufstellung allgemein kovarianter Gleichungen.

C. Theorie des Gravitationsfeldes.“

Davon kommt für uns der Abschnitt A in Betracht, und in diesem reichen bereits die ersten Paragraphen hin, um einzusehen, daß auch Einstein die „Grundlagen“ nicht im Sinne einer „Elementaranalyse“ auffaßt. — Wenn es schon gleich im ersten Absatz des § 1 u. a. heißt: „Wird ein Koordinatensystem K so gewählt, daß in bezug auf dasselbe die physikalischen Gesetze in ihrer einfachsten Form gelten, so gelten dieselben Gesetze auch in bezug auf jedes andere Koordinatensystem K', das relativ zu K in gleichförmiger Translationsbewegung begriffen ist“, dann wird man bei der „Elementaranalyse“ doch zunächst die Frage aufwerfen: Wie gelangen wir denn überhaupt in den Besitz dessen, was „Koordinatensystem“ heißt? Was gehört dazu, um im allgemeinen von „Bewegung“, im besonderen von „Translationsbewegung“ erst reden zu können?

Der § 2 behandelt „die Gründe, welche eine Erweiterung des Relativitätspostulats nahelegen“. Darin wird u. a. ausgeführt: „Zwei flüssige Körper von gleicher Größe und Art schweben frei im Raume in so großer Entfernung voneinander..., daß nur diejenigen Gravitationskräfte berücksichtigt werden müssen, welche die Teile eines dieser Körper aufeinander ausüben. Die Entfernung der Körper voneinander sei unveränderlich... Jede Masse soll — von einem relativ zu der anderen Masse ruhenden Beobachter aus beurteilt — um die Verbindungslinie der Massen mit konstanter Winkelgeschwindigkeit rotieren.“

An diese Aussage heften sich schon manche Fragen, z. B.: V „Größe und Art“ keinen Unterschied der Körper bilden: wieso sin denn überhaupt zwei Körper und nicht bloß einer? Diese Frage kö-

trivial erscheinen, ist aber — wie sich später deutlich zeigen wird — von sehr erheblichem Belang.

Die Körper schweben „im Raume“! — *Innerhalb wessen* schweben sie? — Bleibt der Ausdruck „im Raume schweben“ etwa auch noch sinnvoll, wenn man bei *Einstein* nachher (S. 13) liest: „Daß diese Forderung der allgemeinen Konvenienz, welche dem Raum und der Zeit den *letzten Rest physikalischer Gegenständlichkeit nehmen* [nimmt], eine natürliche Forderung ist, geht aus folgender Überlegung hervor usw.“? — Sobald das Wort „Raum“ nichts „physikalisch Gegenständliches“ mehr bedeutet, was bedeutet dann: „**im** Raume schweben“? — Bedarf das nicht schon im voraus einer eigenen Untersuchung und Darlegung?

Und welche „physikalische Gegenständlichkeit“ ist der „*Entfernung* zweier Körper“ dann noch beizumessen, wenn der „Raum“ deren „letzten Rest“ verloren hat? Auch hier scheint eine tiefere Bohrung nötig, und zwar eine solche, die mit einem *rein mathematischen* Apparat nicht hinlänglich geleistet werden kann.

Weiter schreibt *Einstein* in dem nämlichen Abschnitt u. a.:

„Nun denken wir uns die Oberflächen beider Körper (S_1 und S_2) mit Hilfe (relativ ruhender) Maßstäbe ausgemessen; es ergebe sich, daß die Oberfläche von S_1 eine Kugel, von S_2 ein Rotationsellipsoid ist. Wir fragen nun: Aus welchem Grunde verhalten sich die Körper S_1 und S_2 verschieden? Eine Antwort auf diese Frage kann nur dann als erkenntnistheoretisch befriedigend anerkannt werden, wenn die als Grund angegebene Sache eine beobachtbare Erfahrungstatsache ist; denn das Kausalitätsgesetz hat nur dann den Sinn einer Aussage über die Erfahrungswelt, wenn als Ursachen und Wirkungen letzten Endes nur *beobachtbare Tatsachen* auftreten.“

Auch hier muß die Elementaranalyse meines Erachtens etwas tiefer bohren. Schon der unvermittelte Sprung vom Begriffe „Grund“ auf den Begriff „Ursache“ bedürfte einer Klärung. Dann aber auch der Begriff „Wirkung“ und die Frage, ob im Gegensatz zur Kugelgestalt von S_1 die ellipsoidische von S_2 überhaupt eine „Wirkung“ sei.

Einstein zieht das Kausalgesetz bei; dieses ist in bezug auf seinen Sinn und seine Geltung zweifellos das umstrittenste aller Gesetze. Am wenigsten angefeindet ist es vielleicht in der Form: Jede *Veränderung* im *Zustande* des Universums steht in einer gewissen *Zwangsbeziehung* zum betreffenden Zustande im gleichen oder einem früheren Augenblick. — Ob die in Frage kommende Veränderung und der in Frage kommende Zustand „*beobachtbar*“ ist, hängt letzten Endes ab v[illegible] Fähigkeiten und Hilfsmitteln derer, die überhaupt „*beob*-a[illegible], ist also *relativ* und im Prinzip veränderlich, wie ja auch das, w[illegible] *fahrungswelt*“ heißt, etwas Relatives, Veränderliches ist und i[illegible] der Jahre an Inhalt stetig *zugenommen* hat.

In bezug auf das Kausalgesetz sind augenscheinlich drei Punkte auseinander zu halten, nämlich erstens der Sinn des Gesetzes, ausgedrückt in einer sprachlichen Form, zweitens das Obwalten des Gesetzes im Universum, drittens unsere Kenntnisnahme, unser Wissen von diesem Obwalten. Die beiden ersten Punkte sind nicht unlöslich festgekettet an den dritten, den veränderlichen Punkt. Darum kann die „Beobachtbarkeit der Tatsachen“ nicht ohne weiteres hingestellt werden als ein geeignetes und berechtigtes Mittel, um den „Sinn“ einer Aussage über den Herrschbereich des Kausalgesetzes abzugrenzen.

Die vorhin erwähnte, auf rotierende flüssige Körper bezügliche Frage findet Einstein „nur“ lösbar auf folgende Weise (S. 9):

„Das aus S_1 und S_2 bestehende physikalische System zeigt für sich allein keine denkbare Ursache, auf welche das verschiedene Verhalten von S_1 und S_2 zurückgeführt werden könnte. Die Ursache muß also außerhalb dieses Systems liegen. Man gelangt zu der Auffassung, daß die allgemeinen Bewegungsgesetze, welche im speziellen die Gestalten von S_1 und S_2 bestimmen, derart sein müssen, daß das mechanische Verhalten von S_1 und S_2 ganz wesentlich durch ferne Massen [!] mitbedingt werden muß, welche wir nicht zu dem betrachteten System [!] gerechnet hatten. Diese fernen Massen (und ihre Relativbewegungen gegen die betrachteten Körper) sind dann als Träger prinzipiell beobachtbarer Ursachen für das verschiedene Verhalten unserer betrachteten Körper anzusehen.“

Diese „Nur“aussage unterliegt aber noch der Entscheidung mehrerer Vorfragen, z. B.: Handelt es sich hier überhaupt um eine „Veränderung“? — Wenn von zwei Dingen „gleicher Größe und Art“ das eine anders ist als das andere, so reicht dieses „Anderssein“ noch nicht hin, um schon von einer „Veränderung“ und demzufolge vom Obwalten des „Kausalgesetzes“ zu reden.

Sodann: Was ist bei und zu dem „betrachteten System“ überhaupt in Anspruch genommen worden?

Außer den „betrachteten Körpern S_1 und S_2“ unter anderem noch ein Etwas E_1 namens „Raum“, in welchem sie schweben, und durch dessen Zuhilfenahme die Aussage vom „Schweben“ bzw. „rotieren“ erst ermöglicht wird. Ferner ein Etwas E_2 namens „Verbindungslinie“ von S_1 mit S_2. Ferner vier Etwasse E_3, E_4, E_5, E_6 namens „Ruhe“, „Bewegung“, „Geschwindigkeit“, „Winkel“. Ein Etwas E_7 namens „Entfernung“, welches die Begriffe „nahe“ und „fern“ zu unterscheiden gestattet. Ein Etwas E_8 namens „Oberfläche“. Ein Etwas E_9 namens „messen“ und ein Etwas E_{10} namens „Maßstab“. — Und die „Maßstäbe“ mit denen das Messen ausgeführt wird, sollen „relativ ruhende“ sein. Nicht ausdrücklich beigefügt ist, relativ zu wem jeder Maßstab ruhen soll. Ruht etwa der eine relativ zu S_1, der andere relativ zu S_2, oder ruhen beide Maßstäbe relativ zu E_1, d. h. zu demjenigen „Raume“, innerhalb dessen die „zwei flüssigen Körper schweben“?

Bevor man (wie Einstein es tut) die Notwendigkeit behauptet, daß „das mechanische Verhalten von S_1 und S_2 ganz wesentlich durch ferne Massen mitbedingt sei", müßte schon einwandfrei dargetan **sein**, daß sonst nichts, insbesondere nicht das Nächstliegende, das Etwas E_1, der zum „Schweben bzw. Rotieren" ohnehin schon in Dienst genommene „Raum" ein hinlängliches Mittel darböte, um den festgestellten Formunterschied von S_1 und S_2 genügend zu begründen.

Setzt man aber voraus, diese Vorarbeit sei tatsächlich erledigt, der „Raum" sei (etwa aus Mangel an „physikalischer Gegenständlichkeit") als untauglich erkannt für den erstrebten Zweck, dann erhebt sich allen Ernstes die Frage, ob die begriffliche Erfassung der neun folgenden Etwasse E_2 bis E_{10} ihn ebenfalls entbehren können, ob er etwa auch bei ihnen ersetzbar ist durch Einsteins „ferne Massen". Und weil diese Massen „ferne" genannt werden, so tritt unter jenen Etwassen E_7 besonders in den Vordergrund. Bei diesem handelt es sich um die „Entfernung", d. h. um den räumlichen Abstand zweier Dinge. Wenn nun aber von Einstein das Kausalgesetz in Anspruch genommen wird, um für den Formunterschied, den die Worte „Kugel" und „Rotationsellipsoid" kennzeichnen, eine Ursache zu erzwingen, ist dann für den Abstandsunterschied, den die Worte „nah" und „fern" kennzeichnen, nicht ebensowohl irgend eine „Ursache" zu fordern? Die Herbeischaffung dieser Ursache mußte von rechtswegen der anderen noch vorhergehen, insofern die Feststellung von Formunterschieden schließlich ja doch auf Feststellung von Abstandsunterschieden beruht (was ich wohl nicht näher darzulegen brauche).

Und wie man, wenn E_1, wenn der „Raum" (als Behälter für „schwebende" Körper) außer Dienst gestellt ist, fragen muß: was heißt dann eigentlich noch „nah und fern"? so wird man auch weiter fragen: was heißt dann überhaupt „Ruhe", was „Bewegung", was „Geschwindigkeit", was „Winkel", was „messen"?

Über Fragen bzw. „Vorfragen" dieser Art soll im folgenden eingehend gehandelt werden; hier genügt wohl das Ergebnis, daß gleich den „Grundlagen" Hilberts auch die Einsteins nicht den Sinn erschöpfen, den wir dem Problem der „Elementaranalyse" beigelegt haben, daß für letztere also eine ganze Reihe von Arbeiten noch übrig ist. Bei unserer Beschäftigung mit diesen wird sich da und dort Anlaß bieten, auf Einschlägiges aus den Äußerungen Hilberts, Einsteins und anderer Schriftsteller zurückzukommen.

III. Erörterung einiger Vorfragen zu den Darlegungen Weyls.

Übersicht.

A. Weyls Ausführungen kommen dem eigentlichen Arbeitsgebiet der Elementaranalyse näher als die von Hilbert und Einstein. Zwei bedeutungsvolle Sätze seiner „Einleitung".

B. Vorführung einer Reihe von „Grundbegriffen". Unter Benutzung derselben werden die Begriffe: „bestimmen", „Wechsel", „Individuum", „erfüllen" definiert.

C. Zuschärfung eines Weylschen Axioms. — Erläuterung des Symbols *ZRM*. — Übersicht über die wichtigsten zu erörternden Probleme.

A. Weit näher als die vorhin erwähnten Schriften es tun, kommt Weyl der Elementaranalyse mit der Art, wie er das Thema seines Buches „Raum—Zeit—Materie" anfaßt. In der „Einleitung" führt er zunächst die folgenden beiden Sätze vor, die ich hier einzeln erörtern will:

„1. Wir pflegen Zeit und Raum als die Existenzformen der realen Welt, die Materie als ihre Substanz aufzufassen.

2. Ein bestimmtes Materiestück erfüllt in einem bestimmten Zeitmoment einen bestimmten Raumteil: in der daraus resultierenden Vorstellung der Bewegung gehen jene drei Grundbegriffe die innigste Verbindung ein."

Der erste Satz stellt mit den einleitenden Worten: „Wir pflegen" seinen Inhalt als eine, wenn nicht ganz allgemeine, so doch durchweg geltende „Auffassung" hin. Dieser Inhalt aber enthält erhebliche Dunkelheiten. Der zweite Satz soll den ersten einigermaßen erläutern. Dazu benutzt er dreimal das Wort „bestimmt". Gehört dieses zu den „Elementen"? Ist „bestimmen" ein in seinem Sinn feststehender „Grundbegriff"?

Schwerlich wird man das zugeben, vielmehr sind die Ausdrücke „bestimmen", „Bestimmung", „Bestimmtheit", Bestimmungsstück" und dergleichen nicht nur im allgemeinen recht vieldeutig, sondern sie haben auch besonders in betreff der „Relativitätstheorie" manchen Anlaß zu Mißverständnissen und Angriffen gegeben. Und so ist denn auch Weyls Satz Nr. 2 nicht voll verständlich, wenn nicht vorher der Sinn des von ihm so nachdrücklich vorgekehrten Arbeitsbegriffes „bestimmt" auf genügende Weise verdeutlicht ist.

B. Was heißt „bestimmen"?

Stellt man einem Botaniker die Aufgabe, er solle eine vorgewiesene Pflanze „bestimmen", so ist man wohl zufrieden, wenn er auf Grund der an ihr beobachteten Merkmale Gattung, Art und vielleicht noch eine besondere Varietät feststellt. Ist damit alles geleistet, was überhaupt von der Tätigkeit des „Bestimmens" verlangt werden kann? — Keineswegs! Der Mineraloge z. B. pflegt oft noch die Angabe des Fundortes zu verlangen. Sollte es sich dabei um einen Edelstein handeln, also um ein Wertobjekt, so kommt „Mein und Dein" ins Gesichtsfeld, und dann schärft die Aufgabe des „Bestimmens" sich über Gattung, Art, Varietät, Fundort hinaus noch weiter zu bis zum Einzelding. So kann beispielsweise nach genauester Prüfung das Gericht entscheiden: Der in der Tasche dieses inhaftierten Flüchtlings enthalten gewesene Edelstein ist eben derjenige Rubin, der dem Juwelier X an dem und dem Tage abhanden kam.

Wenn in Eislers philosophischem Wörterbuch gesagt ist: „Ein Begriff ist logisch bestimmt, sobald sein Inhalt und Umfang genau von dem anderer Begriffe abgegrenzt ist", so gilt die Forderung des „genauen Abgegrenztseins von Anderem" nicht von den „Begriffen" allein, sondern von allen Dingen, über die man exakt reden will. Demgemäß läßt sich sagen, ein Betrachtungsobjekt sei endgültig „bestimmt", wenn es von allem, was sonst existiert, durch eindeutige Angaben unterschieden ist. Oder auch: wenn es gekennzeichnet ist bis zur Unverwechselbarkeit mit irgend etwas Anderem.

Zur Abkürzung kann man hier auch den Arbeitsbegriff „Individuum" einführen, der nach dem Sprachgebrauch vieler Philosophen gerade diese Unverwechselbarkeit und Einzigkeit des betreffenden Redegegenstandes festsetzt.

Benutzen wir aus der Menge der „Grundbegriffe"[1]) als die wichtigsten hier in Betracht kommenden etwa die folgenden:

1. das allgemeine Etwas, eines und andere, einige, alle, zusammen, keine,
2. Sein, Dasein, existieren, Existenz,
3. Ja und Nein, Widerspruch,
4. Denken, setzen, Akt, urteilen, aussagen, erklären,
5. Merkmal, Kennzeichen, kennzeichnen, unterscheiden,

so läßt sich zunächst für den folgenden Gebrauch der Arbeitsbegriff:

„verwechseln" bzw. „Wechsel"

[1]) Mit dieser „Benutzung" ist gemäß dem Obigen noch keineswegs die hauptung ausgesprochen, daß unter den hier aufgezählten Begriffen keiner , der durch eine „Definition" weiter zerlegt und dadurch in die Klasse der rbeitsbegriffe" versetzt werden könnte.

kennzeichnen als: Von etwas Nichtseiendem urteilen, es sei, oder umgekehrt. Und dann kann man den Arbeitsbegriff:

„bestimmen“

festlegen durch die Aussage: Das Etwas *A* ist „bestimmt“, wenn es durch Kennzeichen unterschieden ist vor allen anderen Etwassen. Oder: wenn es derart gekennzeichnet ist, daß es mit keinem anderen Etwas „verwechselt“ werden kann. — Und so läßt sich auch der Arbeitsbegriff

„Individuum“

erklären mit den Worten: das Etwas *B* kann als „Individuum“ gelten, wenn es in sich ununterschieden[1]), aber von allem anderen, was sonst noch existiert, unterschieden ist.

Im Sinne der „Elementaranalyse“ würde es also liegen, den vorstehend angeführten Weylschen Satz Nr. 2 in folgende Form zu bringen:

Ein unverwechselbar gekennzeichnetes Materiestück *M* erfüllt in einem unverwechselbar gekennzeichneten Zeitmoment *Z* einen unverwechselbar gekennzeichneten Raumteil *R*[2]). — Jetzt aber fragt sich noch:

Was bedeutet das Wort „erfüllen“?

Als nächstliegenden Sinn desselben wird der Physiker im Hinblick auf den althergebrachten (freilich nicht unbestrittenen) Satz von der „Undurchdringlichkeit der Materie“ annehmen, es solle im vorliegenden Zusammenhange soviel heißen, wie sperren, absperren[3]). Beispielsweise „erfüllt“ die Luft den Hohlraum einer Taucherglocke, indem sie ihn sperrt gegen das Eindringen des Wassers. Allgemein: *M* „erfüllt“ *R* bedeutet: Das Dasein von *M* in *R*, bezogen auf *Z*, macht unter Bei-

[1]) Auf dieser „Ununterschiedenheit in sich“ beruht die begriffliche Trennung des „Individuums“ vom „Kollektivum“, die hier aber weniger wichtig ist als die Scheidung zwischen „Individuum“ und „Gattung“. Eine weitere Bedeutung des Wortes ergibt sich, wenn man „Individuum“ als Ersatz für das griechische ἄτομος nimmt. Wie schon Boethius alle diese Sinnunterlegungen berücksichtigt habe, teilt Eucken („Geschichte der philosophischen Terminologie“, Leipzig 1879, S. 56 f.) mit. Der durch das ganze Mittelalter bis in die Neuzeit hinein sich erstreckende Streit über das „Problem der Individuation“ ist bekannt. Beachtung verdient die kurze Definition des „Individuums“ bei Thomas von Aquin: „Individuum est, quod est in se indistinctum, ab aliis vero distinctum“ (S. Th. q. 29, a. 4).

[2]) Über *M*, *Z* und *R* ist nachher ausführlich zu handeln.

[3]) Nebenbei sei noch auf den nicht unwichtigen Umstand hingewiesen, daß mit der Aussage „erfüllen“ zwei reale Existenzen, die des „Materiestücks“ und auch die des „Raumteils“ vorausgesetzt sind. Denn was nicht real existiert, kann offenbar weder materiell „erfüllen“, noch von Materie „erf werden“. Und da es außerdem ein Ungedanke wäre, ein Ding „erfülle“ s selbst, so liegt in der Wahl des Weylschen Wortes „erfüllen“ zugleich Aussage, daß unter „Materiestück“ und „Raumteil“ nicht nur real existierei sondern dabei auch voneinander verschiedene Etwasse zu verstehen se

behaltung von *R* und *Z* das Dasein eines von *M* verschiedenen *M'* unmöglich. Kurz: Wer die Vereinigung *Z*, *R*, *M* bejaht, hat damit *Z*, *R*, *M'* verneint.

Dann aber haben wir in Weyls Satz Nr. 2 (S. 18) ein im Kreise drehbares Axiom vor uns, so daß man sagen kann: *M* und *R* kennzeichnen *Z*, *R* und *Z* kennzeichnen *M*, *Z* und *M* kennzeichnen *R* eindeutig [1]), ohne Möglichkeit einer Vertauschung. — Die Sache verhält sich ähnlich, wie wenn eine lineare Gleichung gegeben ist zwischen drei Variabeln. Zwei beliebige von diesen kennzeichnen die dritte eindeutig.

C. Um aus solcher Unbestimmtheit herauszukommen, bedarf es bekanntlich noch zweier weiterer Gleichungen, die von der gegebenen unabhängig sind. Das würde im vorliegenden Falle besagen: Zu dem Satze Nr. 2 müssen noch zwei neue Aussagen hinzutreten, wenn *M*, *R* und *Z* wirklich „bestimmt", d. h. unverwechselbar gekennzeichnet sein sollen. In der Tat finde ich solche Aussagen auch bei Weyl vor, eine in der „Einleitung" S. 7, die andere im Kapitel I, S. 13. Beidesmal wird dazu der Arbeitsbegriff „Individuum" in Dienst genommen. Die erstere Aussage lautet (mit Hervorhebung der wichtigeren Worte): „Die Zeit ist homogen, d. h. ein einzelner Zeitpunkt kann nur durch individuelle Aufweisung gegeben werden, es gibt keine im allgemeinen Wesen der Zeit gründende Eigenschaft, welche einem Zeitpunkte zukäme, einem anderen aber nicht."

Die zweite Aussage heißt entsprechend: „Das Hauptkennzeichen der Translation ist, daß in ihr alle Punkte gleichberechtigt sind, daß von dem Verhalten eines Punktes bei der Translation nichts Objektives ausgesagt werden kann, was nicht auch für jeden anderen gelte (so daß auch bei gegebener Translation die Punkte des Raumes nur durch individuelles Aufweisen — »dieser da« — voneinander unterschieden werden können ...)."

Die „Unverwechselbarkeit", die „eindeutige Kennzeichnung" von *Z* und *R* wird also dort ohne Mitwirkung einer „erfüllenden Materie" *M* erzielt, und zwar durch „individuelles Aufweisen". Weyl gibt für das „individuell Aufgewiesene" auch besondere Namen an, indem er (S. 10) schreibt: „Wie wir in der Zeit ein streng punktuelles Jetzt gesetzt haben, so setzen wir in der kontinuierlichen räumlichen Ausbreitung ... als letztes einfaches Element ein exaktes Hier, den Raumpunkt."

In bezug auf den Raum gebraucht Weyl auch noch andere Benen- . Er spricht von „Raumstellen", „Raumstücken", „Raum- und von „Ortsversetzung eines Punktes *P*". Demgemäß muß

[1]) Auf die Frage der „eindeutigen Kennzeichnung" werden wir im fol- noch zurückkommen.

also auch der Begriff „Ort“ als „exaktes Hier“, als etwas „streng Punktuelles“, als „Element“ faßbar sein und „individuell aufgewiesen“ werden können, so daß mit der Aufweisung „dieser da“ ein „Ort“ unverwechselbar gekennzeichnet ist.

Einerseits nun, weil die erwähnte Mehrzahl von benutzten Vokabeln die Klarheit der Aussagen stören könnte (und auch der in der Mathematik üblichen strafferen Bezeichnungsweise nicht entspricht), andererseits, weil die Substantiva „das Jetzt“ und „das Hier“ bezüglich ihrer Deklination sprachliche Unbequemlichkeiten verursachen, möchte ich zur Benennung des Elementes „Jetzt“ das Wort „Augenblick“ und zur Benennung des Elementes „Hier“ das Wort „Ort“ empfehlen. Für die Elementaranalyse wäre also festzusetzen, daß R einen unverwechselbar gekennzeichneten Ort, Z einen unverwechselbar gekennzeichneten Augenblick bedeutet. Die erforderliche „Kennzeichnung“ geschieht nach Weyl durch „Aufweisen“, und die „Unverwechselbarkeit“ wird dadurch erzielt, daß das Aufweisen „individuell“ geschieht, insofern eben der exakte Begriff des „Individuums“ schon jede Verwechslung ausschließt[1]).

Infolge dieser Festsetzungen gewinnt der oben angeführte Weylsche Satz Nr. 2 die Bedeutung einer scharfen Definition für das, was er „bestimmtes Materiestück“ nennt, und was wir mit M bezeichnet haben. Demgemäß wäre festzusetzen: M ist dasjenige Etwas, welches (sei es bloß durch sein Dasein, sei es durch irgend ein aktives Verhalten) im Augenblicke Z den Ort R „erfüllt“, d. h. ihn „absperrt“ in dem Sinne, daß es die Koexistenz mit Etwassen von eben der Art, die „Materie“ heißt, unmöglich macht. Kurz, wie oben bemerkt: Bejahung von ZRM ist zugleich Verneinung von ZRM'.“

Diese drei Symbole versinnbilden den eigentlichen Untergrund der ganzen Physik und so auch den der „Relativitätstheorie“. Die an-

[1]) Als bemerkenswert mögen hier noch folgende Äußerungen Benno Erdmanns („Logik“, Bd. I, 2. Aufl., Halle 1907, S. 145 f.) angeführt werden: „Die Einzelheit eines Gegenstandes wird durch die Merkmale, die seine Beschaffenheit bestimmen, [noch] nicht verbürgt, auch wenn diese bis ins kleinste gegeben sind. Es bleibt möglich, daß es [z. B.] außer jener absonderlichen Mißgeburt, außer diesem abgebrauchten Stück Radiergummi noch tausend Exemplare von vollständig gleicher Beschaffenheit gibt... Wir vermögen die Gegenstände vielmehr nur durch die räumlich zeitlichen oder zeitlichen Beziehungen, in denen sie stehen, zu individualisieren; jenes bei Gegenständen der sinnlichen, dieses bei solchen der Selbstwahrnehmung... Zwei Gegenstände können nicht zu derselben Zeit an demselben Orte sein: das ist eine der möglichen Wendungen für den Grundsatz der Individualisierung von Gegenständen. Alle anderen Beziehungen, durch die wir gelegentlich einen Gegenstand als einzelnen charakterisieren, wurzeln in seiner Raum- und Zeitlage.“

gegebene Reihenfolge ist die naturgemäße und stimmt mit derjenigen überein, die Weyl wählte, indem er zuerst (und zwar noch in seiner Einleitung) die Zeit, darauf in mehreren Kapiteln den Raum und schließlich die Materie einer Betrachtung unterzieht. Wenn die Elementaranalyse denselben Gang nehmen will, so sieht sie sich zuerst vor das „Problem des Augenblicks“ gestellt, bei dessen genauer Zergliederung sie naturgemäß und auch im Anschluß an Weyls Darlegung auf einen engen Zusammenhang mit dem logischen „principium contradictionis“ stößt. Dann vor das „Problem des Ortes“, dem sich eine Reihe von Teilproblemen: das der Grenze, der Strecke, des Abstandes, der Dimension, der Krümmung, ferner das Problem des Messens und Zählens, sowie der Bewegung und ihrer Arten einfügen. Schließlich vor das „Problem der Materie“ mit einer reichen Fülle von Arbeitsstoff, unter dem Einsteins Gravitationstheorie besonders hervorragt.

Bei allem dem wird die sorgfältige „Elementaranalyse“ eine überaus große Menge von „Grund“- und „Arbeitsbegriffen“, sowie von „Axiomen“, d. h. „unbewiesen hingestellten Beweisunterlagen“ herauszuschälen finden und die an letztere sich anschließenden „Wegscheiden“ blank vor Augen zu legen haben. Manche Unklarheiten, Mißverständnisse und noch schwebenden Streitfragen würden dabei ihre Erledigung finden. — Mühselig wäre, wie in der Chemie und in der Mathematik, die Elementaranalyse gewiß auch in der Relativitätstheorie, aber wie dort, so könnte sie auch hier helles Licht bringen, Zwiespalt schlichten, Vorurteile besiegen und in vielfacher Hinsicht die dankenswertesten Früchte tragen.

IV. Das Problem des Augenblicks.

Übersicht.

A. Weyls grundlegende Aussage über die Zeit. Vier wichtige Punkte darin. Erörterung des ersten Punktes. Dieselbigkeit eines Augenblicks, bezogen auf eine Mehrzahl von Personen. — Die Reihe der Grundbegriffe wird ergänzt. — Scheidung des intramentalen vom transmentalen Gebiet. — Scheidewege Nr. 1 und 2.

B. Erörterung des zweiten Punktes. Die Reihe der Grundbegriffe wird weiter ergänzt. — Weyls „dauerndes Jetzt“. — Mehrheit von Augenblicken.

C. Erörterung des dritten Punktes. — Inwiefern ist ein Augenblick von einem anderen verschieden? — Zerstörung der Identität durch das prin-

cipium contradictionis. — Läßt die Relativitätstheorie es gelten? — Scheideweg Nr. 3. — Das Problem der Gleichzeitigkeit. Einwurf von Max Jakob.

D. Erörterung des vierten Punktes. — Wie verhält es sich mit der Relation „früher—später“, wenn sie „aus dem Bewußtseinsstrom herausgerissen“ wird? — „Das Leben ein Traum.“ Thomas von Aquin. — Wegscheiden Nr. 4 und 5. — Kant. — Augenblicke und Geschehnisse. — Wegscheiden Nr. 6 und 7. — Beiziehung weiterer Grundbegriffe. — Wegscheiden Nr. 8 und 9. — Ein auffälliges Paradoxon.

A. „Augenblick“ ist nach dem vorhin Erörterten der Name für ein „streng punktuell gesetztes“, oder was dasselbe ist, ein „individuell aufgewiesenes Jetzt“.

Wer „setzt“ denn dieses „Jetzt“; **wer** „weist es auf“?

Der selbstbewußte Mensch setzt es als sein „Bewußtseinserlebnis“. — Weyl schreibt (a. a. O. S. 5):

„Die Urform des Bewußtseinsstromes ist die Zeit. Es ist eine Tatsache, sie mag so dunkel und rätselhaft für die Vernunft sein, wie sie will, aber sie läßt sich nicht wegleugnen, und wir [!] müssen sie hinnehmen, daß die Bewußtseinsinhalte sich nicht geben als seiend schlechthin (wie etwa Begriffe, Zahlen und dergleichen), sondern als jetzt—seiend, die Form des dauernden Jetzt [!] erfüllend mit einem wechselnden Gehalt, so daß es nicht heißt: dies ist, sondern: dies ist jetzt, doch jetzt nicht mehr [!]. Reißen wir uns in der Reflexion heraus aus diesem Strom und stellen uns seinen Gehalt als ein Objekt gegenüber, so wird er uns zu einem zeitlichen Ablauf, dessen einzelne Stadien in der Beziehung des früher und später [!] zueinander stehen.“

Diese Sätze Weyls sind von ganz hervorragender Wichtigkeit, und vier Stellen darin, die ich durch je ein „!“ gekennzeichnet habe, bedürfen einer besonderen Achtsamkeit und eingehender Erörterung.

Das erste Merkzeichen betrifft das Wort „**wir**“.

Zunächst handelt es sich doch um einen Akt, den der einzelne Mensch „setzt“, indem er aus dem „Inhalt“ seines „Bewußtseinsstromes“ ein „punktuelles Jetzt“ herausnimmt und dieses „individuell aufweist“. Demgemäß kann der Schriftsteller für seine eigene Person sagen: **Ich** tue das. Wählt er aber die Mehrzahl des persönlichen Fürworts und schreibt: „**wir**“, so liegt darin — da ja hier doch kein „pluralis excellentiae“ in Betracht kommt — die Unterstellung, daß mehrere Personen jene „Festsetzung“ vornehmen, und dann ergibt sich sofort die Frage, ob ein von der Person P_1 gesetztes „Jetzt“ für die Personen P_2, P_3 **überhaupt irgend eine Bedeutung habe**, mit anderen Worten, ob und eventuell in welcher Begrenzung „wir“ (in der Mehrzahl) ein uns gemeinsam zugehöriges „punktuelles Jetzt“ zu setzen i[illegible] Lage sind.

Weyl spricht mehrfach (z. B. S. 4, 197 und 220) von eine[illegible] „[illegible]mischen Zeit“. Damit dehnt sich die Frage ins Große aus, so d[illegible]

sich darum handelt, ob ein „punktuelles Jetzt“ anzunehmen sei, das für den ganzen „Kosmos“ Geltung habe.

Die hierauf zu gebende Antwort ist (worauf wir noch zurückkommen müssen) für die Relativitätstheorie von hervorragender Wichtigkeit. Zunächst aber erscheint es nötig, ihr eine kontradiktorisch scharfe Form zu verschaffen, in der sie als „Scheideweg“ deutlich vor Augen liegt, und man sich entschließen muß, entweder die eine oder die andere Straße zu wählen.

Zur Förderung der Klarheit wird es dienen, der Reihe der im Kap. III aufgeführten „Grundbegriffe“ noch folgende beizufügen:

6. Erleben,
7. Bewußtsein, Bewußtseinsstrom,
8. Subjekt und Objekt eines Denkaktes bzw. eines Gedankens,
9. Augenblick, Zeitpunkt, punktuell gesetztes Jetzt,
10. Innerhalb, Inhalt, intra, außerhalb, extra, trans,
11. Bedeutung, bedeuten, Geltung, gelten,
12. Geschehen, Geschehnis, Vorkommnis, Begebenheit.

Entdeckt hat Weyl das „punktuell gesetzte Jetzt“ im „Inhalt“ seines „Bewußtseins“. Zur Bezeichnung alles dort Vorfindlichen hat man den Arbeitsbegriff:

„intramental“

gebildet. Georg Cantor benutzt („Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre“, Leipzig 1883, S. 18) die Bezeichnung:

„intrasubjektiv“ mit dem Gegensatz „transsubjektiv“.

Demgemäß steht dem „Intramentalen“ gegenüber das

„Transmentale“.

Der Umfang des letzteren Begriffs umfaßt alles, was außerhalb der Gedankenwelt des Subjekts überhaupt noch Dasein hat [1]). Weyl wendet dafür in einer längeren Ausführung (S. 3f.) den Ausdruck:

„transzendent“

[1]) Hier könnte man sozusagen als Prinzipalvoraussetzung die These hinstellen, daß es außerhalb der Gedankenwelt des Subjekts überhaupt noch etwas gibt, und könnte schon gleich bei diesem Satze eine „Wegscheide“ anbringen. In der Tat spricht man ja in der Philosophie auch von einem Gegensatz dazu, von einem „extrem-subjektivistischen Idealismus“, einem „Solipsismus“, einem „theoretischen Egoismus“. Schon Descartes äußerte, a[illegible]ings nur problematisch, die Meinung, die Außenwelt könne ein bloßer T[illegible] sein (Princ. philos. I, 4; Medit. I). Manche haben sie in der einen o[illegible]deren Form wiederholt, und so schrieb z. B. Helmholtz („Die Tat-s[illegible] in der Wahrnehmung“, Berlin 1879, S. 34): „Ich sehe nicht, wie man e[illegible]System selbst des extremsten subjektiven Idealismus widerlegen könnte, w[illegible] das Leben als Traum betrachten wollte.“ Aber er verwirft dieses

an, der weniger sagt[1]), als das Wort „transmental" oder Cantors Vokabel „transsubjektiv", weil er nur das „Überschreiten" benennt, aber nicht angibt, was dabei „überschritten" wird, und jenseits wessen man sich nach dem „Überschreiten" befindet. Daß dieses Jenseits nicht die Region des leeren „Nichts" sei, drückt Weyl auf mehrfache Weise aus, z. B. mit den Worten: „Die transzendenten Gegenstände haben nur ein phänomenales Sein, sie sind „Erscheinendes" (nicht etwa Erscheinungen, wesenlose Phantome)... In jeder Wahrnehmung liegt... unzweifelhaft die Thesis der Wirklichkeit des in ihr erscheinenden Objekts, und zwar als Teil... der Generalthesis der wirklichen Welt."

Hiernach kann man den erwähnten „Scheideweg" in der Form folgender beiden kontradiktorisch entgegengesetzten „Grundsätze" zum Ausdruck bringen:

1. Das Wort „Augenblick" bedeutet ein Etwas
   a) von lediglich intramentaler,
   b) von nicht lediglich intramentaler,

   sondern sowohl intra- als transmentaler, und in diesem Sinne allgemeiner Geltung.

Die Straße 1 a) verläuft ganz außerhalb des physikalischen Gebietes[2]). Die Straße 1 b) tritt in dieses hinein, stellt uns aber sofort vor die weitere Frage: Ist die Geltung des mit dem Worte „Augenblick" bezeichneten Etwas eine „absolute" oder eine „relative", d. h. ist sie unabhängig oder abhängig von der Bezugnahme auf ein sonstiges Etwas?

Die Antwort nimmt wieder die Form einer „Wegscheide" an, und zwar der folgenden:

„System" doch mit aller Entschiedenheit. Augenscheinlich würde es der Physik ihr bislang beackertes Arbeitsfeld nehmen. Darum dürfen wir hier wohl unterstellen, daß jeder, insofern er sich in seinem Denken überhaupt mit physikalischen Theorien beschäftigt, die Existenz transmentaler Dinge nicht prinzipiell ableugnen werde, daß es für ihn also hier keine „Wegscheide", sondern nur den einen gangbaren Weg gibt, der die Realität einer Außenwelt im Prinzip bejaht. Bezüglich mancher Einzelheiten bleiben dann immer noch Wegtrennungen — in nicht geringer Zahl — möglich; auch kann sich Anlaß finden, auf die „Traum"frage noch einmal zurückzukommen.

[1]) An Stelle von „intramental" oder „intrasubjektiv" wird oft das den Sachverhalt nicht so deutlich kennzeichnende Wort „immanent" angewendet.

[2]) Auch hier wird vorausgesetzt, daß es physikalische, transmentale (materielle?) Vorgänge neben und unterschieden von der geistigen überhaupt gebe, und daß dementsprechend in die Erörterung der ersteren nichts hineingehört, was „lediglich", was einzig und allein Geltung hat im Bereich der mens, des Geistes, der Seele.

2. Das Wort „Augenblick“ bedeutet ein Etwas, dessen Geltung
   a) unabhängig,
   b) abhängig

ist von der Bezugnahme auf irgend ein sonstiges Etwas X, mag es sich bei diesem um eine Existenz oder um ein Geschehnis handeln.

Für eine klare Kennzeichnung des Gedankenganges der Relativitätstheorie erscheint die Feststellung ihres Verhaltens an den Scheidewegen 1 und 2 von erheblicher Wichtigkeit. Namentlich ist zu beachten, daß bei 2 a) jeder „Augenblick“, an und für sich genommen, eine Geltung hat, vermöge deren er ein unverrückbares Etwas ist. Denn der Gedanke des Verlegt-, Versetzt-, Verrückt-, Verschobenwerdens ist begrifflich verbunden mit einer Beziehung, einer Bezugnahme nicht bloß zu irgend einem „Worin“, zu einem Behälter und zu einem Spielraum des Verschiebens, sondern verbunden auch mit einem Vergleich zwischen der jedesmaligen alten und der neuen Lage des verschobenen Objekts. Das ist durch die Festsetzung 2 a) ausgeschlossen. Bei ihr ist der „Augenblick“ etwas Absolutes, Verankertes, Haftendes[1]), ist auch unabhängig von der Frage, ob ein denkfähiges Wesen überhaupt existiert, und ob es irgend einen Gedanken darauf richtet, ist keinem Wunsche, keinem Befehle, keinem Griffe, keiner Messung oder Rechnung untertan und folgepflichtig, völlig souverän, so wie Schiller ihn faßt in den Worten: „Der mächtigste von allen Herrschern ist der Augenblick“. — Dabei mag es Umstände geben, bei denen er gewissen Messungen oder Rechnungen zugänglich ist, aber in solchem Falle ist das Ergebnis dieser Operationen abhängig vom Augenblick, nicht aber umgekehrt der Augenblick, der absolute, in seiner Geltung irgendwie abhängig vom Ergebnis des Messens oder Rechnens. Bei 2 b) verhält sich das anders.

B. An der zweiten vorgemerkten Stelle bringt Weyl den Ausdruck „dauerndes Jetzt“. Er sagt: „Die Bewußtseinsinhalte erfüllen die Form des dauernden Jetzt mit einem wechselnden Gehalt. Damit ist dem bisherigen „punktuell gesetzten“ eine zweite Art von „Jetzt“,

---

[1]) Man kann auch sagen: Der Augenblick, aufgefaßt als ein unabhängiges, absolutes, ist als solches auch ein allgeltendes Etwas; seine Bedeutung erstreckt sich unterschiedslos auf das Universum, auf die Gesamtheit des Seienden, also auch auf den „Kosmos“. Und wenn Weyl, wie schon erwähnt, von einer „k[illegible]mischen Zeit“ spricht, so kann man [bei der Wegewahl 2a)] auch von ei[illegible]m „kosmischen Augenblick“ sprechen, und dann ist „Z“ das Symbol für d[illegible] „Element“ der „kosmischen Zeit“. — Bemerkt sei hier übrigens noch, daß di[illegible]es „Element“ nicht etwa identisch ist mit dem Zeitdifferential dt, dessen m[illegible] sich in der theoretischen Physik auch wohl unter der Benennung „Zeitel[illegible]ent“ zu bedienen pflegt.

nämlich das „dauernde“ an die Seite gesetzt. Die erste Art deckt sich mit dem Begriff „Augenblick“, „Zeitpunkt“, und wird durch das Symbol Z vertreten. Die zweite Art steht in einem so starken Gegensatz dazu, daß man ihn fast als Widerspruch bezeichnen könnte. Derselbe löst sich auf, wenn man mit Benutzung der Grundbegriffe:

13. Mannigfaltigkeit,
14. Kontinuum

sagt, unter dem „dauernden Jetzt“ sei eine Mannigfaltigkeit von Augenblicken zu verstehen, und zwar eigens eine solche, die ein Kontinuum bilde. Letztere Beschaffenheit ist nicht etwa schon gegeben durch die „Mannigfaltigkeit“, denn diese könnte auch andersartig, beispielsweise von solcher Natur sein, daß sie sich auf den Zahlkörper der rationalen Zahlen umkehrbar eindeutig abbilden ließe. Dann würde sie offenbar kein „Kontinuum“ darstellen. In der Tat ist eine Mannigfaltigkeit von Augenblicken, anstatt als „Kontinuum“ auch als

15. „Kollektivum“

denkbar. Dann kommt man zu einer gewissermaßen „atomistisch“ konstruierten Zeit, einer Vorstellung, die ungewohnt, aber keineswegs neu ist [1]).

Halten wir uns zunächst an der Feststellung, daß der von Weyl benutzten Ausdrucksweise „dauerndes Jetzt“ die Voraussetzung unterliegt [2]), unser Bewußtseinsinhalt liefere uns die Gewißheit einer Mannigfaltigkeit, einer

Mehrheit von Augenblicken,

so ist die Frage, wie diese Gewißheit denn zustande komme. Aufschluß darüber gibt die

C. dritte Merkstelle. Sie hebt aus unserem Bewußtseinsinhalt den Gedanken heraus: „Dies [nämlich irgend ein Etwas E, das keineswegs „Materie“ zu sein braucht] ist jetzt, doch jetzt nicht mehr.“

Das Wörtchen „doch“ kennzeichnet einen Gegensatz, es stellt einem Jetztaugenblick Z_1 einen Augenblick Z_2 gegenüber. — Auf welchen Grund hin? — Kann Z_1 nicht mit Z_2 identisch sein?

Nein! Denn im Augenblick Z_1 **ist** E, im Augenblick Z_2 **ist** E **nicht!**

Weyl hätte an der Stelle, wo es heißt: „Dies ist jetzt“, auch schreiben können: „Ich bin jetzt“, und man denkt vielleicht, letztere Aussage müßte ihm eigentlich näher gelegen haben. Aber dann durfte

---

[1]) Vgl. darüber Isenkrahe: „Das Endliche und das Unendliche“, M[illegible]er 1915, S. 94 und Weinstein: „Die Grundgesetze der Natur und die m[illegible]e Naturlehre“, Leipzig 1911, S. 146.

[2]) Ein davon sehr abweichendes „nunc stans“ soll später besprochen w[illegible]n.

er nicht fortfahren: „doch jetzt nicht mehr", sondern hätte fortfahren müssen: „und bin auch jetzt, und wiederum jetzt, und jetzt usw.". Auf solche Art wäre im „Bewußtseinsinhalt" zwar gleichfalls wohl eine Mehrheit von Augenblicken behauptet gewesen, allein diese Mehrheit hätte dann des starken Fundamentes entbehrt, das in dem scharfen kontradiktorischen, die Identität zerstörenden Gegensatz von „sein" und „nicht sein" liegt.

Warum denn aber — und diese Frage ist für das Folgende von größter Wichtigkeit — zerstört der kontradiktorische Gegensatz die Identität von Z_1 und Z_2?

Ausgesprochen hat Weyl das, soviel ich absehe, nicht mit besonderen Worten, aber ich halte es für zweifellos, daß er die Zerstörung ableitet aus dem

„principium contradictionis",

welches aussagt, daß ein und dasselbe Etwas in ein und demselben Augenblick nicht „sein" und auch „nichtsein" könne [1]). In diesem Prinzip, im „Grundsatz vom Widerspruch" dürfen wir demgemäß eine der untersten Grundlagen erblicken, auf denen Weyl fußt. Was bedeutet dieser Grundsatz?

Solange man von der „Relativitätstheorie" absieht, kann man den Satz vom Widerspruch beiziehen in der einfachen Form: „Wenn es wahr [2]) ist, daß das Etwas E im Augenblicke Z existiert, dann ist es unwahr, daß E in Z nicht existiere." Nehmen wir aber das Relativitätsprinzip in seiner Anwendung auf Z mit in Betracht, so ist zu erwägen, ob an den Scheidewegen 1 und 2 die a- oder die b-Straße eingeschlagen wird. In letzterem Falle bekommt die Aussage: E existiere (bzw. existiere nicht) in Z, einen „bestimmten" Sinn überhaupt erst durch Bezugnahme auf irgend ein anzugebendes sonstiges Etwas, und für solche Bezugnahmen eröffnen sich mehrere Möglich-

---

[1]) Wenn Wundt („Logik", 3. Aufl., I, S. 554) das principium contradictionis nach Aristoteles vorträgt in der Form: „Die Urteile »A ist B« und »A ist non B« schließen sich aus", so muß für den vorliegenden Fall das Wort „ist" als copula aufgefaßt, im strengsten Präsenssinne genommen, und B durch das participium praesentis „seiend" ersetzt werden. Etwas kürzer ließe der Gedanke sich ausdrücken in der Form: Die Urteile „E ist" und „E ist nicht" (bzw. ist „noch nicht" oder ist „nicht mehr") schließen sich aus. — Über den engen Zusammenhang zwischen dem „principium contradictionis" und der Idee der Zeit vgl. „Das Endliche und das Unendliche", S. 97 f.

[illegible]uf den Philosophenstreit über Bedeutung und Tragweite des Wortes „W[illegible] kann ich hier nicht eingehen. Ich fasse es in dem Sinne auf, der in ei[illegible]efflichen Schrift von Dr. Al. Müller („Wahrheit und Wirklichkeit", B[illegible]913) durch das Wort „wirklichkeitstreu" wohl am verständlichsten wi[illegible]geben ist.

keiten. Es kann sich handeln um irgend ein von E verschiedenes seiendes Etwas E', oder um eine Kombination von Etwassen, handeln um ein Geschehnis, z. B. um den Denkakt einer Person, handeln schließlich um irgend einen Zustand oder irgend eine Veränderung im Kosmos.

Unter Berücksichtigung des Relativitätsprinzips ergibt sich demnach für die Anwendung des Satzes vom Widerspruch ein Scheideweg, der sich darbietet in dem Gegensatz:

3. Wenn für ein und denselben Augenblick Sein und auch Nichtsein ein und desselben Etwasses in Betracht genommen werden, so ist der Widerspruch zwischen Sein und Nichtsein

   a) unabhängig,

   b) abhängig

   von der Bezugnahme auf irgend ein sonstiges Etwas X, mag es sich dabei um eine Existenz oder um ein Geschehnis handeln.

Als Beispiel dazu ließe sich etwa folgendes konstruieren: Ich höre mit dem linken Ohr, daß die Person A sagt: „Der Sirius existiert jetzt". Mit dem rechten Ohr vernehme ich dabei von der Person B die Äußerung: „Der Sirius existiert[1]) jetzt nicht". Ist es mir dann möglich oder nicht möglich, zu urteilen: A und B können „hic et nunc" beide die nackte Wahrheit aussprechen, beide Aussagen können objektiv zutreffend, können „kosmisch wirklichkeitstreu" sein?

Das Prinzip vom Widerspruch in der Form 3a) würde mir dieses Urteil glatt verbieten, in der Form 3b) aber nicht. Der hier maßgebende Unterschied liegt in der Auffassung des „Jetzt". Bei 3a) kommt dem „Jetzt", dem „Augenblick", eine absolute, bei 3b) nur eine relative, von irgend einer Bezugnahme abhängige Geltung zu, so daß das „Jetzt" des A für den B keine Verbindlichkeit zu haben braucht.

Am vorliegenden dritten Scheidewege ist also zu prüfen: Geht die Relativitätstheorie die *a*- oder die *b*-Straße?[2]).

[1]) Das Wort „existieren" ist hier natürlich im strengen Sinne von „sein", „Dasein", Existenz haben" zu verstehen, nicht etwa — wie es auch häufig gebraucht wird — im laxen Sinne: „beachtet werden", „Beachtung verdienen" und dergleichen. Es gibt beispielsweise Philosophen, für die keine Scholastik, und andere, für die kein Kant „existiert". Und so gibt es allezeit Leute, für die der Sirius existiert, und zugleich solche, für die er nicht existiert.

[2]) Man hat gesagt, die Relativitätstheorie sei ein Riese Goliath, der eine ganze Reihe von Sätzen der Physik und der Philosophie, denen man bis dahin eine „absolute" Geltung und Verbindlichkeit zugeschrieben, totgeschlagen habe. Soll über diese Erschlagenen eine Leichenschau vorgenommen werden, so erfordern naturgemäß die untersten Grundlagen unserer Denktätigkeit, die „allgemeinen Denkgesetze", und unter diesen der „Satz vom Widerspruch" zu allererst unsere Aufmerksamkeit. Daher der besondere Ansporn zu fragen:

Diese Frage ist inhaltlich nicht neu, aufgeworfen, wenn auch in anderer Weise und aus einem anderen Gedankenzusammenhange heraus, wurde sie z. B. schon von Max Jakob in den „Naturwissenschaften" (1918, S. 709), wo es u. a. heißt:

„Hier sei eine Bemerkung gestattet über das Wort »Gleichzeitigkeit«. Nach Einsteins Theorie soll ein und dasselbe Ereignis von zwei gegeneinander bewegten Systemen beurteilt nicht »gleichzeitig« sein müssen. Es wird damit selbstverständlich [!] nicht die Gleichzeitigkeit im gewöhnlichen Sinne des Wortes bestritten, was durchaus metaphysisch wäre und jedem empirischen Gefühl widerspräche, sondern nur festgestellt, daß es sich eben um verschiedene Arten der Zeitrechnung in beiden Systemen handelt. Man würde viele Paradoxien und Verständnisschwierigkeiten vermeiden, wenn man das Wort „gleichzeitig" im Sinne der Relativitätstheorie überhaupt nicht benutzte. Zwei Ereignisse gleichzeitig zu nennen, weil die bei ihrem Geschehen abgegebenen Signale uns gleichzeitig erreichen, widerspricht dem ursprünglichen Sinne des Wortes »gleichzeitig«. Mindestens aber bedürfte es bei jeder populären Darstellung eines eigenen Hinweises darauf, daß »Gleichzeitigkeit« im Sinne der neueren Physik stets nur eine zahlenmäßige zeitliche Zuordnung [!] zweier Ereignisse bedeutet, aber nichts mit dem empirischen Begriff der »Gleichzeitigkeit« zu tun hat."

Sehen wir ab von dem einigermaßen störenden Umstand, daß Jakob das Wort „gleichzeitig" anfangs auf zwei „Beurteilungen" eines und desselben, es nachher aber ohne vermittelnden Übergang auf die Beurteilungen „zweier Ereignisse" anwendet, so dürfen wir sagen: Wenn in den zitierten Sätzen die Auffassung Einsteins[1]) und der „neueren

Gehört das „principium contradictionis" zu den Leichen? Oder lebt es noch und bleibt in absoluter Geltung? Oder ist seine Geltung nur mehr eine relative? Und in diesem Falle: Welche „Relation" ist es, die ihm anhaftet und die seine Geltung einschränkt? — Erst recht aber drängt sich die Frage auf: Welche Bedeutung bliebe überhaupt den „Scheidewegen" übrig, falls das principium contradictionis seine absolute Geltung verlöre?

[1]) Einstein schreibt (a. a. O., S. 11 Anmerkung): „Die Konstatierbarkeit der »Gleichzeitigkeit« für räumlich unmittelbar benachbarte Ereignisse oder — präziser gesagt — für das raumzeitliche unmittelbare Benachbartsein (Koinzidenz) nehmen wir an, ohne für diesen fundamentalen Begriff eine Definition zu geben." — Diesen Satz finde ich nicht völlig klar; er erregt in mehrfacher Hinsicht Bedenken. Einerseits sind „benachbarte Ereignisse" doch nicht „gleich-raumzeitlich". Nachbarschaft ist verschieden von „Koinzidenz". Andererseits kann es „unmittelbar benachbarte Ereignisse" nur dann geben, wenn die Zeit (bzw. die Raumzeit) kein Kontinuum ist. Ein Schüler in der Schulbank hat einen „unmittelbaren Nachbar", wenn niemand zwischen beiden sitzt; ein Punkt im Raume oder in der Zeit hat aber **nie** einen unmittelbaren Nachbar. Denn mag zwischen zwei Punkten eines Kontinuums der „Abstand" noch so klein sein, so befinden sich zwischen beiden doch immer noch unzählbar viele andere Punkte. Ebendas ist die kennzeichnende Eigenschaft des Begriffs „Kontinuum". Im Kontinuum der reellen Zahlen ist es ja genau ebenso: zwischen zwei beliebigen, die voneinander verschieden sind, gibt es immer noch welche.

Physik" wirklich zutreffend wiedergegeben sind, dann ist es allerdings einer der schlimmsten didaktischen Fehler, die man machen kann, an einer Textstelle, wo man von ermittelten **Maßzahlen** reden soll und will, statt dessen diejenigen **Objekte** zu setzen, in betreff deren diese Maßzahlen ermittelt sind. Solch eine Begriffsverschiebung muß unheilvoll wirken [1]).

Was **Jakob** als den „selbstverständlichen", den „ursprünglichen Sinn des Wortes gleichzeitig" betrachtet, scheint darauf hinauszulaufen, daß man zunächst einem ersten Ereignis E_1 einen zugehörigen „punktuell gesetzten" [2]) Zeitpunkt Z_1 „**absolut**", d. h. ohne Bezugnahme auf ein sonstiges Etwas, zuordnen, daß man ferner einem zweiten Ereignis E_2 ebenfalls einen zugehörigen Zeitpunkt Z_2 „**absolut**" zuordnen, dann außerdem Z_1 und Z_2 **absolut identisch** nehmen könne, und daß in diesem Falle E_1 und E_2 „im ursprünglichen und selbstverständlichen Wortsinne" als **gleichzeitig** eingetretene Ereignisse erachtet werden müßten. Solche Gedanken sind auf der Straße 2 a) vorfindlich.

Naheliegend, aber immerhin doch sehr verschieden davon ist die Frage, ob und wie ein genügend begabtes Wesen es dann zustande bringe, die zu E_1 und E_2 gehörenden Zeitpunkte Z_1 bzw. Z_2 überhaupt zu ermitteln und eigens zu kennzeichnen. Das liegt, so wichtig es an sich sein mag, doch neben derjenigen Sache, auf die es im vorliegenden Zusammenhange ankommt. Vielmehr handelt es sich hier um Aufstellung und Anerkennung eines „Prinzips", welches uns nötigt, zu denken und (in **Weyls** Ausdrucksweise) zu sagen: Dieses E_1 **ist** bzw. **geschieht jetzt**, d. h. in irgend einem unverwechselbaren Zeitpunkt Z_1, wobei gar nichts darauf ankommt, ob E_1 (z. B. ein Krater oder ein Kratereinsturz auf der Rückseite des Mondes) überhaupt **wahrgenommen** werden kann oder nicht, es auch gleichgültig ist, ob Z_1 (z. B. mittels Uhren, d. h. Bewegungen von konstanter Periode) irgendwie **gekennzeichnet** werden kann oder nicht. — Dieselbe Prinzipienfrage trifft dann zweitens die

---

1) Einigermaßen bedenklich erscheint mir in dieser Hinsicht auch ein Ausspruch **Weyls** (a. a. O., S. 7), welcher lautet: „Wir sprechen vom [Zeitpunkte] *P* geradezu als dem »Zeitpunkte *t*«". Hier nämlich bedeutet der Buchstabe „*t*" eine **unbenannte Zahl** und durchaus keinen „Zeitpunkt". Wenn **Weyl** fortfährt: „genauer heißt *t* die Abszisse von *P*", so ist auch diese Ausdrucksweise nicht unverfänglich. Der Terminus „Abszisse" ist von der Geometrie herübergenommen und bedeutet eine „abgeschnittene" **Strecke**. Von Strecken kann man aussagen, sie **haben** oder **bekommen** oder **liefer**- ... aß-zahlen, nicht aber: sie **sind** Zahlen.

2) Unter dem Worte „Ereignis" ist hier ebenfalls etwas „punktue...]e-faßtes" zu verstehen, wie etwa ein Kontakt, ein Stromschluß, der Tod ...es Menschen, der Durchgang des Sonnenmittelpunkts durch den Äquator r... gl.

Kombination $E_2\, Z_2$, und an beide zusammen schließt sich nunmehr die weitere Prinzipienfrage an, ob der Gedanke $Z_1 \equiv Z_2$ vollziehbar sei oder nicht.

Bei diesen Prinzipienfragen kann übrigens (um auch darauf noch hinzuweisen) das denkende Subjekt selbst oder auch ein einzelner Denkakt die Rolle von E_1 oder E_2 übernehmen, und dann darf die Frage in Betracht gezogen werden als unabhängig, als losgelöst von allem, was im Universum sonst noch ist oder geschieht.

Für den, der diese Fragen bejaht, der also diese Prinzipien als unabhängig, absolut verbindlich erachtet, ergibt sich ein Begriff der „Gleichzeitigkeit", der mit dem von Jakob für „ursprünglich" und „selbstverständlich" erachteten übereinzustimmen scheint. Ob er aber auch mit der „Einsteinschen Theorie", mit der Auffassung der „neueren Physik" übereinstimme, möchte ich hier dahinstehen lassen [1]).

Leicht ersichtlich ist, daß das von Jakob behandelte Problem im innigsten Zusammenhange steht mit dem vorher erörterten „Satz vom Widerspruch", daß es im wesentlichen eine Vervielfältigung, eine Ausdehnung desselben auf mehrere Objekte bedeutet, und daß seine Beurteilung in letzter Instanz davon abhängt, ob an dem vorhin gekennzeichneten „Scheidewege" die Relativitätstheorie sich für die Straße 3a) oder 3b) entschließt, ob sie dem Satz vom Widerspruch seine absolute Bedeutung wahrt oder ihn „relativiert". — Daß diese fundamentale Frage schon abschließend diskutiert, also entschieden oder als irrelevant nachgewiesen worden sei, ist mir nicht bekannt. Auch bei Weyl habe ich keine besondere Bezugsetzung seiner Aussagen über die Zeit zum „principium contradictionis" gefunden.

D. Von den vier Stellen der Weylschen Ausführungen, die ich (vgl. S. 24) durch ein Ausrufungszeichen hervorgehoben habe, bleibt nur noch die letzte zu besprechen übrig. Dort ist gesagt, daß die „einzelnen Stadien des zeitlichen Ablaufs in der Beziehung des früher und später zueinander stehen".

---

[1]) Sehr gegen eine solche Übereinstimmung spricht eine Stelle bei Weyl (S. 136), welche lautet: „In anschaulicher Hinsicht aber mutet es (das Einsteinsche Relativitätsprinzip) uns zu, den Glauben an die objektive Bedeutung der Gleichzeitigkeit abzulegen; in der Befreiung von diesem Dogma liegt die große erkenntnistheoretische Tat Einst[illegible]ns, die seinen Namen neben den des Kopernikus stellt." Was wird d[illegible] nun wohl aus dem „Satz vom Widerspruch", dessen üblichste Kurzform h[illegible]: „Ein Ding kann nicht gleichzeitig sein und auch nicht sein"? — B[illegible]nes („Fundamente der Philosophie", übersetzt von Lorinser, Regensburg 1[illegible], Bd. III, S. 264) schreibt: „Die Repugnanz des Seins und des Nichtseins e[illegible]iert nur bei der Voraussetzung der Gleichzeitigkeit."

Diese „einzelnen Stadien" stellen eine Mehrheit von „punktuell gesetzten", von „individuell aufgewiesenen Jetzten", von „Augenblicken" vor. Und so, wie das Sein des einzelnen Augenblicks aus dem „Bewußtseinsinhalt" hergeholt war, ebenso wird nunmehr auch die Aussage vom Dasein einer Mehrheit von Augenblicken derselben Quelle — die dabei unter dem Namen „Bewußtseinsstrom" vorgeführt wird — entnommen. Daher kehren bezüglich dieser Mehrfältigkeit eben dieselben Fragen wieder, die bezüglich des Einzelobjekts vorhin bei den Wegscheiden 1 und 2 aufgeworfen worden sind. Einen besonderen Nachdruck aber bekommen sie hier noch dadurch, daß Weyl fortfährt:

„Reißen wir uns in der Reflexion heraus aus diesem Strom und stellen uns seinen Gehalt als ein Objekt gegenüber, so wird er zum zeitlichen Ablauf usw."

Da fragt sich zunächst, ob wir nach solchem ausdrücklichen „Herausreißen aus dem „Bewußtseinsstrom" eine „Mehrheit" von Augenblicken überhaupt noch in Händen haben! — Dieses Herausreißen bedeutet den Übertritt aus dem „intramentalen" in das „transmentale" Gebiet, bedeutet eine Grenzüberschreitung, in Weyls Ausdrucksweise eine „Transzendenz". Bleibt uns dabei die Mehrfältigkeit der Augenblicke erhalten als etwas transmental (nach Cantor „transsubjektiv") Seiendes? Oder geht sie verloren?

Offenbar stehen wir hier vor einer neuen, sich folgendermaßen darbietenden Wegscheide:

4. Die uns in unserem Bewußtseinsstrom gegebene Mehrheit von Augenblicken ist ein Etwas

   a) von lediglich intramentaler,

   b) von nicht lediglich intramentaler,

   sondern sowohl intra- als transmentaler, und in diesem Sinne allgemeiner Geltung.

Der Weg 4a bleibt, wie 1a, ganz außerhalb des Gebiets physikalischer Betrachtung. 4b aber tritt, wie 1b, in dasselbe ein und spaltet sich dort auch wieder nach dem Gegensatz: „absolut—relativ" zu der Disjunktion:

5. Auf ihrem zuständigen Gebiet ist die Geltung der Mehrheit von Augenblicken

   a) unabhängig,

   b) abhängig

   von der Bezugnahme auf irgend ein sonstiges Etwas X, — es sich bei diesem um eine Existenz oder um ein Geschehen hal ln.

Weyl nennt das Problem der Zeit „dunkel und rätselhaft". G iß sehr mit Recht! Schon die griechischen Philosophen haben sich dar b-

gemüht, und ein Zankapfel ist es geblieben bis auf den heutigen Tag. Durch die Wegscheiden 1, 2, 4, 5 wurden Einzelfragen daraus abgesondert, und es erscheint wohl von Wichtigkeit, zu prüfen, wie Weyl sich zu diesen stellt.

Wenn er zunächst (vermutlich in Anlehnung an Kants Ausspruch, die Zeit sei die Form des inneren Sinnes) schreibt: „Die Zeit ist die Form des Bewußtseinsstroms", so deutet das auf 1a und 4a hin, liefert aber noch keine Entscheidung, weil der zügelnde Zusatz „nur" oder „gar nichts weiter als" dabei fehlt [1]).

Man könnte ja auf solche Art eine Menge von Sätzen bilden, die bezüglich der „Form" etwas Richtiges aussagen und doch nichts entscheiden, z. B.: die Sichel ist die Form der Mondviertel, die Linse ist die Form der Brenngläser, die Birne ist die Form der Glühlichtlampen oder auch: Worte sind die Form der Gedankenübertragung usw. Dabei können Sicheln, Linsen, Birnen, Worte auch, an und für sich

---

[1]) In der entsprechenden Aussage vom Raume (die nachher zur Erörterung kommt) finde ich dieses „nur" tatsächlich beigefügt. Will man nun behaupten und darauf bestehen, daß es auch betreffs der Zeit gelten solle, will also entschieden in die 4a-Gasse einbiegen und von der „Mehrheit" von Augenblicken aussagen, sie habe gar keine andere Bedeutung, als daß sie die „Form des Bewußtseinsstromes" ausmache, so wird man folgende Kette daran anschließen dürfen:

Fehlt im All das Geschlecht des seines Seins „bewußten" Menschen (oder ein gleichwertiger Ersatz dafür), dann fehlt jegliches „Bewußtsein", also auch dessen „Strom", also auch des Stromes „Form", also auch — da die ja „nichts anderes als" diese „Form" ist — die „Zeit", also auch das „Früher—später", also überhaupt eine „Mehrheit von Augenblicken", also fallen alle existierenden Augenblicke samt dem, was daran hängt, zusammen auf ein und dasselbe Jetzt, also hat alles Seiende eine zeit- bzw. dauerlose Weise des Seins, eine von solcher Art, wie man sie wohl dem „Ewigen" zugeschrieben findet. Und bloß die „strom"hafte Natur des menschlichen „Bewußtseins" verleiht (bzw. leiht) der Seinsweise dessen, was ist, lediglich für den Fassungsbereich dieses Bewußtseins die „Form" einer „Mehrheit von früheren und späteren Jetzten".

Das ergäbe eine eigenartige Sinnunterlegung des Ausdrucks: „Das Leben ein Traum" (vgl. S. 25, Anm.): Der Mensch „träumt" sich ein „Nacheinander". — Wer den Mut dazu hat, kann hier auch an die theologische Auffassung der „aeternitas" (im Gegensatz zu „aevum" und „tempus") anknüpfen und zu der Aussage kommen, daß nur der „Ewige" ein wirklich waches Erkennen besitze, und daß für uns Sterbliche der Tod, der Eintritt in die Ewigkeit, vielleicht erst das eigentliche „Erwachen" bedeute — ein Gedanke übrigens, den ich gewiß nicht als neu hinstellen will; seine Anknüpfung an das obige „nur", so naheliegend sie scheint, war mir allerdings noch nirgendwo begegnet. Auf die [illegible]ondere (auch von Haas in den „Naturwissenschaften" 1920, S. 123 erw[illegible]e) Art, wie Thomas von Aquin sich mit dem hier in Rede stehenden „[illegible]m des Augenblicks" beschäftigt, bin ich in einem „Zusatz" zum Kap. X m[illegible] Schrift: „Die Lehre des Thomas von Aquin über das Unendliche, ih[illegible]slegung durch Prof. Langenberg und ihre Beziehung zur neueren M[illegible]tik" (Bonn 1920, S. 129 ff.) näher eingegangen.

genommen, sehr wohl noch etwas anderes sein als die betreffenden „Formen". Allgemein: Wenn A die „Form" von B ist, so schließt das nicht aus, daß A daneben (d. h. abgesehen von seiner Beziehung zu B) auch noch sonst etwas, und zwar etwas sehr Wichtiges sei. Überhaupt aber ist ja die Ausdrucksweise, welche die Zeit als „Form des Bewußtseinsstromes" bezeichnet, nur Bildersprache und kann schon aus diesem Grunde nichts sachlich Endgültiges entscheiden. Daher könnte Weyl, vor die scharfe Wegscheide gestellt, trotz der erwähnten „Hindeutung auf 1a und 4a[1]) dennoch mit der Relativitätstheorie in die betreffenden b-Straßen einbiegen. In der Tat wird diese Annahme — obgleich wiederum nur bildlicherweise — nahegelegt durch sein schon angeführtes „Herausreißen aus diesem Strom" und die „Gegenüberstellung seines Gehalts als ein Objekt".

In diesem Falle setzt seine Theorie voraus, daß auch auf transmentalem Gebiet die „Mehrheit von Augenblicken" uns als etwas Seiendes und Verwertbares zur Verfügung stehe. Ist dem so, dann drängt sich sofort die weitere Frage auf: Sind auf diesem transmentalen Gebiet uns denn auch Mittel verliehen, um die betreffende Mehrheit als eine seiende festzustellen?

Die Feststellung der „Mehrheit" ist begrifflich gebunden an die Zerstörung der Einzigkeit, der Dieselbigkeit.

Auf intramentalem Gebiet lieferte der „Satz vom Widerspruch" (bauend auf dem von Weyl als „Datum" benutzten „Bewußtseinsinhalt": „Dieses [Etwas E] ist jetzt, doch jetzt nicht mehr") ein zureichendes Mittel, um die Identität jener beiden „Jetzte", der Augenblicke Z_1 und Z_2 zu zerstören und so deren „Mehrheit" zu sichern. Wie nun aber soll die Identität von Z_1 und Z_2 zerstört werden auf transmentalem Gebiet? — Gelingt das überhaupt?

Darüber läßt sich ein Urteil gewinnen aus einem früher schon erwähnten Weylschen Satze über das „allgemeine Wesen der Zeit", welcher

---

[1]) Eine fernere Hindeutung auf 1a und 4a könnte man etwa noch finden in dem Satze (a. a. O., S. 3): „Innerhalb der Physik ist es vielleicht erst durch die Relativitätstheorie ganz deutlich geworden, daß von dem uns in der Anschauung gegebenen Wesen [!] von Raum und Zeit in die mathematisch konstruierte [!] physikalische Welt nichts eingeht." — Als entscheidend ist aber auch diese Äußerung wohl kaum zu erachten, weil (abgesehen von dem metaphorisch angewandten „eingehen") der sehr dunkle Begriff „Wesen" darin gebraucht, und die „physikalische Welt" durch die Beifügung „mathematisch konstruiert" eingeengt ist. Ohne diesen limitierenden Zusatz würde man die „physikalische Welt" wohl ganz und gar unbedenklich in das „transsubjektive" Gebiet Cantors einbeziehen können, aber die „mathematische Konstruktion" scheint sie wieder in die „intrasubjektive" Region der „Mathematik" hineinzuschieben und schafft Anlaß zu einigem Zweifel.

(a. a. O., S. 7) lautet: „Die Zeit ist homogen... es gibt keine im allgemeinen Wesen der Zeit gründende Eigenschaft, welche einem Zeitpunkt zukäme, einem anderen aber nicht.“

Wenn hiernach dem Zeitpunkt Z_1 auch nicht ein einziges Bestimmungsstück zu eigen ist, das Z_2 nicht gleichfalls besäße, und umgekehrt, dann findet der „Satz vom Widerspruch“ ja gar keine Anheftungsstelle! Unangefochten bleibt die Identität! Die Setzung einer Mehrheit entbehrt eines aufweisbaren „hinreichenden Grundes“. Für den intramental erfaßten Unterschied von „früher und später“ fehlt im Transmentalen jedes Kriterium [1]. — Oder wo wäre dann eines?

Um etwaigen Mißverständnissen und Ausweichungen vorzubeugen, sei betont, daß es sich hier um Merkmale handelt, die den Augenblicken Z_1 bzw. Z_2 an sich zu eigen sind und anhaften, nicht aber kommen in Betracht etwaige Kombinationen zwischen Z_1 (oder Z_2) und irgendwelchem Geschehnis. Geschehnisse gehen bei der hier schwebenden Frage uns noch gar nichts an. Beispielsweise ist der Umstand, daß der Uhrzeiger einmal auf 1, ein andermal auf 2 steht, nichts, was den betreffenden Augenblicken als ein ihnen selber anhaftendes, angeborenes Unterscheidungsmerkmal zukäme. Nur von Merkmalen letzterer Art ist die Rede, wenn Weyl auf Grund seiner Idee vom „Wesen der Zeit“ behauptet, daß sie fehlen.

Obschon dem Inhalt dieser Weylschen Aussage meines Wissens noch niemand widersprochen hat, soll hier doch weder dem Ja noch dem Nein der Vorrang eingeräumt werden. Dann stehen wir im Anschluß an 4b vor folgender neuen Wegscheide:

6. Im transmentalen Gebiete ist die Mehrheit von Augenblicken etwas Seiendes und als „Mehrheit“
   a) dadurch begründet,
   b) nicht dadurch begründet,

   daß den Einzelgliedern dieser Mehrheit unterscheidende Merkmale anhaften.

Für den Fall 6a ist es nun aber möglich und könnte sehr wohl von Nutzen sein, folgendermaßen noch weiter zu trennen:

7. Die den Augenblicken anhaftenden Einzelmerkmale sind:
   a) von solcher Art,
   b) nicht von solcher Art,

   daß wir sie durch Worte eindeutig kennzeichnen können [2].

---

[1]) Auch dieser Umstand könnte einen Haken abgeben, um den in der A[...]. auf S. 35 geäußerten Gedanken daran anzuknüpfen und weiter zu spinnen.

[2]) Weyl gebraucht einmal gelegentlich (S. 3) den Ausdruck: „jedem b[...]annt, aber nicht näher beschreibbar“. Trifft das auch bei den

Von großer Wichtigkeit ist ferner ein Gesichtspunkt, der an dieser Stelle seitens der **Mengenlehre** in die Betrachtung eingeführt wird. Sobald nämlich die „Augenblicke“ als voneinander „wohlunterschiedene“ Etwasse gelten, fällt ihre Gesamtheit unter den Begriff der „**Menge**“ und unterliegt den für diese verbindlichen Normen. Unter letzteren ist hier vor allem das Prinzip der „Ordnung“ ins Auge zu fassen, und dieses baut sich bekanntlich auf den Arbeitsbegriffen „symmetrische“ und „asymmetrische Beziehung“ auf. Beide werden mit Hilfe der auch im vorigen schon benutzten, hier aber noch ausdrücklich als solche zu kennzeichnenden allgemeinen **Grundbegriffe**:

16. Beziehung,
17. Umkehrung

von **Hessenberg** (**Auerbachs** und **Rothes** Taschenbuch 1913, S. 70) kurz folgendermaßen definiert: „Eine Beziehung »$\mathfrak{R}$« von der Form $a\mathfrak{R}b$ heißt »symmetrisch«, wenn $b\mathfrak{R}a$ **stets**, »asymmetrisch«, wenn es **nie** zugleich mit $a\mathfrak{R}b$ stattfindet.“

Dies angewendet auf die Menge Z_1, Z_2, würde also zu fragen sein, ob die „Beziehung“ zwischen beiden eine „symmetrische“ oder eine „asymmetrische“ ist. Die daraus entstehende Disjunktion kennzeichnet einen neuen „Scheideweg“, und zwar:

8. Die Beziehung zwischen den Zeitpunkten Z_1 und Z_2 ist so geartet, daß
   a) nur von **einem** derselben (asymmetrische Beziehung),
   b) von **jedem** derselben (symmetrische Beziehung)

   zutreffend ausgesagt werden kann, er sei der „frühere“ von beiden. —

Nach diesen Vorbereitungen läßt sich nunmehr der Gegensatz zwischen „absolut“ und „relativ“ für die Elemente der Zeit in folgender Disjunktion zum Ausdruck bringen:

„Einzelmerkmalen der Augenblicke“ zu? — Daß die Augenblicke, die „Jetzte“, an sich voneinander verschieden sind, des sind wir uns lebendig bewußt. Nun besitzen wir, um gewisse andere Verschiedenheiten (warm, kalt, hell, dunkel, rot, grün, süß, bitter usw.) festzustellen, an und in unserem Körper mancherlei besondere Organe. Für sonstige zweifellos vorhandene Verschiedenheiten (positive und negative elektrische Ladungen, Paramagnetismus, Diamagnetismus, auch für mancherlei Duftstoffe, für ultraviolette Strahlen usw.) fehlen sie uns. Wenn nun gefragt wird: Haben wir denn Organe, um diejenigen Verschi[illegible]nheiten aufzufassen, durch welche jeder **Augenblick** sich von jedem an[illegible]n tatsächlich unterscheidet? so werden wir das wohl nur verneinen können. [illegible]d so fehlt uns die Möglichkeit, diese Unterschiede irgendwie „näher zu [illegible]e-schreiben“ (7b). — An einer späteren Stelle müssen wir darauf noch z[illegible]k-kommen.

9. Ob von den transmental seienden, nicht identischen Augenblicken Z_1 und Z_2 **jeder** oder nur **einer** und in diesem Falle **welcher von beiden** zutreffend als der „frühere" bezeichnet werden kann, ist

a) unabhängig,

b) abhängig

von der Bezugnahme auf irgend ein **drittes** Etwas X, mag es sich bei diesem um eine Existenz oder um ein Geschehnis handeln.

Was im Falle 9b dieses X sein könne oder müsse, ist **hier zunächst** noch ganz gleichgültig. Zieht man es nachher mit in die Betrachtung hinein, so steht man damit vor einem neuen Problem und es öffnet sich ein neues und weites Gebiet von Möglichkeiten.

Bevor diese ins Auge gefaßt werden, könnte man eine Angabe wünschen, wie bei den bisher aufgewiesenen „Wegscheiden" **Weyl** als Vertreter der Relativitätstheorie sich entschieden habe. Mit genügender Zuversicht[1]) vermag ich das aber für jeden Einzelfall hier nicht fest-

[1]) Gewisse „Hindeutungen", von denen vorhin die Rede war, reichen dazu nicht aus. Eine Ungewißheit liegt auch in den Sätzen, die **Weyl** in seinem Schlußparagraphen: „Betrachtungen über die Welt als Ganzes" (S. 220) folgendermaßen ausspricht: „Von jedem Weltpunkte geht der Doppelkegel der aktiven Zukunft und der passiven Vergangenheit aus. Während in der speziellen Relativitätstheorie diese durch ein Zwischengebiet getrennt sind, ist es hier an sich sehr wohl möglich, daß der Kegel der aktiven Zukunft über den der passiven Vergangenheit hinübergreift; es kann also prinzipiell geschehen, daß ich **jetzt** Ereignisse mit erlebe, die zum Teil erst eine Wirkung meiner **künftigen** Entschlüsse und Handlungen sind [!]. Auch ist es nicht ausgeschlossen, daß eine Weltlinie, obschon sie in jedem Punkte zeitartige Richtung besitzt, insbesondere die Weltlinie meines Leibes, in die Nähe eines Weltpunktes zurückkehrt [!], den sie schon einmal passierte. Daraus würde dann ein radikaleres Doppelgängertum resultieren, als es je ein E. T. A. **Hoffmann** ausgedacht hat. Tatsächlich kommen ja so erhebliche Variabilitäten der [Koeffizienten] G_{ik}, wie dazu erforderlich wären, in dem Weltgebiet, in welchem wir leben, nicht vor [wer **weiß** das denn?]; doch hat es ein gewisses Interesse, diese Möglichkeiten durchzudenken [vgl. dazu: »Das Endliche und das Unendliche«, S. 39 u. 263] mit Rücksicht auf das philosophische Problem des Verhältnisses von kosmischer und phänomenaler Zeit. So Paradoxes da zutage kommt, ein eigentlicher Widerspruch zu den in unserem Erleben unmittelbar gegebenen Tatsachen tritt nirgendwo hervor."

An einer Stelle (S. 6) seiner „Einleitung" hatte **Weyl** gesagt: „Um an die Zeit mathematische Begriffe heranbringen zu können, müssen wir die id "e Möglichkeit, in der Zeit ein streng punktuelles Jetzt zu setzen, die A eisbarkeit von Zeitpunkten zugeben. Von je zwei verschiedenen Zeitp wird dann immer [!] der eine der frühere, der andere der spätere sein."
s Wort „immer" ist hier besonders zu beachten. Dem Zusammenh ach heißt es soviel als „in jedem Falle". Damit man aber für **jeden** F angegebenen Tatsache **sicher** sei, muß offenbar angenommen werden.

zustellen, und vielleicht hat er auch selber gar nicht vorgehabt, sich über diese Punkte auf eindeutige und bindende Art auszusprechen. Diese Annahme legt mir ein Satz seines „Vorwortes“ nahe, der lautet: „Es lag durchaus nicht in der Absicht dieses Buches, das auf dem Felde der physikalischen Erkenntnis heute so besonders kräftig sich rührende Leben an dem Punkte, den es erreicht hat, mit axiomatischer Gründlichkeit in eine tote Mumie zu verwandeln.“

Meines Erachtens braucht die „axiomatische Gründlichkeit“ das „physikalische Erkenntnisleben“ durchaus nicht zu „töten“ oder gar zu „mumifizieren“, sie bringt vielmehr besseres Licht und festere Zuversicht hinein, wenn man, wie es vorhin geschehen, die „Axiome“ nicht als eingeleisig zwangsläufige Schienenwege, sondern paarweise, kontradiktorisch zusammengestellt, als klar und deutlich sichtbare „Wegscheiden“ vor Augen stellt.

V. Das Problem des Ortes.

Übersicht.

A. Anknüpfung an einen prinzipiellen Satz Weyls. — Brentanos „intentionale Objekte“. — Scheidung derselben in intra- und transmentale. — Zu welcher von beiden Arten gehört der „Ort“? — Kants „nur“. — Wegscheiden Nr. 10 und 11.

B. Mehrheit von Orten. — Inwiefern ist ein Ort nicht der andere? — Was heißt „Ortsversetzung“? — Das „Herausreißen aus dem Bewußtseinsstrom. — Wegscheiden Nr. 12, 13, 14, 15. — Orte als Herbergen für Körper.

C. Anwendung des Ordnungsprinzips der Mengenlehre auf die Menge von Orten. — Beiziehung weiterer Grundbegriffe. — Wegscheiden Nr. 16 und 17. — Ort und „Feld“. — Das Feld und seine „Besetzung“. — Unklarheiten in der Verwendung der Begriffe: Feld, Raum, räumliche Leere, Zwischenraum zwischen Körpern, Fortpflanzung durch den Raum, strömen, Geschwindigkeit.

---

daß die Relation „früher — später“ eine absolute, von keinem „dritten Etwas“ abhängige sei. Für den von Weyl angegebenen Zweck: „Um an die Zeit mathematische Begriffe heranbringen zu können“, genügt die bloße „Setzung von streng punktuellen Jetzten“ demnach nicht, sondern es muß auch die Voraussetzung 9a, die der Zeit eine gewisse absolute Eigenschaft beimißt, noch außerdem zugrunde gelegt werden, — Weyls Leser werden gut tun, die vom Verfasser in der „Einleitung“ gemachte Bemerkung und deren Tragweite bis zum Schluß des Buches dauernd im Auge zu behalten.

A. Passend läßt sich die Erörterung dieses Problems anknüpfen an einen Satz Weyls, der (S. 3) lautet:

„In prinzipieller Allgemeinheit: die wirkliche Welt, jedes ihrer Bestandstücke und alle Bestimmungen [!] an ihnen, sind und können nur gegeben sein als intentionale Objekte von Bewußtseinsakten.“

Gehört nun, so wird man fragen, bei irgend einem „Bestandstück der wirklichen Welt“ auch sein **Ort** zu den „Bestimmungen an ihm“? — Nach dem auf S. 18 angeführten Weylschen „Satz Nr. 2“ ist das wohl nicht zu bezweifeln. Dann aber kann auch der Ort eines Körpers nur „gegeben sein“ als „intentionales Objekt von Bewußtseinsakten“. Was ist damit ausgesagt? — Weyl fährt erklärend fort:

„Das schlechthin Gegebene sind die Bewußtseinserlebnisse ... Sie bestehen ... keineswegs aus einem bloßen Stoff von Empfindungen, sondern in einer Wahrnehmung, z. B. steht in der Tat leibhaft für mich da ein Gegenstand, auf welchen jenes Erlebnis in einer jedermann bekannten, aber nicht näher beschreibbaren, völlig eigentümlichen Weise bezogen ist, die mit Brentano durch den Ausdruck «intentionales Objekt» bezeichnet sein soll.“

Sodann wird unterschieden zwischen einem primären und einem sekundären Wahrnehmungsakt. Beim primären nehme ich den „Gegenstand“ wahr („etwa diesen Stuhl“) und „das Objekt ist transzendent, d. h. zwar gegeben in [1]) einem Bewußtseinserlebnis, [ist] aber nicht reelles Bestandstück [des Erlebnisstromes]“. Beim sekundären Wahrnehmungsakt nehme ich bei mir selber wahr, daß ich den primären Wahrnehmungsakt vollziehe. Dabei „ist also das intentionale Objekt ein immanentes, nämlich ... ein reelles Bestandstück meines Erlebnisstromes“.

Hiernach läßt sich sagen, daß es zweierlei „intentionale Objekte“ gibt, und daß dabei zwar die „Intention“ (aufgefaßt als Inbetrachtnahme, als Vollzug der Wahrnehmung und Geistesrichtung darauf) beide Male etwas Intramentales, das „Objekt“ aber entweder intra- oder transmental ist.

Wie verhält es sich denn nun mit dem **„Ort“**, sofern derselbe eine „Bestimmung an einem Bestandstück der wirklichen Welt“ ist? — Als Beispiel sei mit Weyl „dieser Stuhl“ gewählt. — Knüpfen wir an seinen vorhin schon beigezogenen „Satz Nr. 2“ an, so „erfüllt“ der Stuhl in seiner Eigenschaft als „bestimmtes Materienstück in einem

---

[1]) Dieses „in“ ist, weil von Hause aus eine lokale Präposition, hier nicht unbedenklich. Das „transzendente Objekt“ soll doch gerade nicht „in“, gerade nicht „innerhalb“ eines Bewußtseinserlebnisses befindlich sein. Eben darum wäre auch die ortsangebende Präposition „in“ vielleicht besser vermieden und s[illegible] dessen gesagt worden, das transzendente Objekt sei uns „gegeben“ vern[illegible]telst eines Bewußtseinserlebnisses. — Mitunter ist die Benutzung des „in“ ([illegible]. „In den Augen liegt das Herz“) zwar eigentlich falsch, aber doch harmlos, n[illegible]chmal jedoch recht verfänglich, namentlich wo „in“ und „trans“ („transz[illegible]lent“) sich in begrifflicher Feindschaft gegenüberstehen.

bestimmten Zeitmoment einen bestimmten Raumteil“, und eben dieser „Raumteil“ ist dann der „Ort“ des Stuhles.

Nun bildet der Stuhl, weil Objekt einer „primären Wahrnehmung“, kein „reelles Bestandstück des Erlebnisstromes“, sondern ist „transzendent“; nicht dem intra-, sondern dem transmentalen Gebiet gehört er an und „füllt“ dabei einen „bestimmten Raumteil“ aus. Welchem von diesen beiden Gebieten gehört nun aber dieser „Raumteil“ an? Das ist eine Frage von grundlegender Wichtigkeit.

Weyl zitiert (S. 3) — ohne ihm zu widersprechen — den Kantschen Satz:

„Der Raum ist nur eine Form unserer Anschauung.“

Hier haben wir das vorhin (vgl. S. 35, Anm.) bezüglich der Zeitaussage vermißte, den Begriff scharf umzäunende **„nur“**. Wenn demgemäß der „Raum“ nur, wenn er gar nichts anderes ist als „Form der Anschauung“, dann ist auch der Ort des Weylschen Stuhles in seiner Eigenschaft als „Raumteil“ doch gar nichts anderes als „Form der Anschauung“, gehört also demjenigen Seinsgebiet an, dem auch die „Anschauung“ angehört. Welches Gebiet ist das?

Wie so viele auf „ung“ endigende Verbalsubstantiva (Belohnung, Zusendung, Bezahlung, Entschädigung usw.) sowohl einen Akt als auch dessen Objekt bzw. Ergebnis bedeuten, so könnte das auch bei dem Worte „Anschauung“ der Fall sein. Eindeutig ist diese Vokabel an und für sich also leider nicht, aber man wird bei unbefangener Prüfung doch eher geneigt sein, unter Anschauung hier den Akt zu verstehen, den die Seele beim „Anschauen“ vollzieht, nicht aber dessen Objekt. Wer Kants Ausspruch in diesem Sinne faßt und ihn für richtig hält, versetzt das, was den Namen: Raum, Raumteil, Raumstelle, Raumlage, Raumpunkt, Ort führt, in das intramentale Gebiet.

Wenn demgemäß der in Rede stehende „Stuhl“ selber (als Objekt einer „primären Wahrnehmung“) dem „transzendenten“, „transmentalen“ Gebiet angehört und dort irgend etwas „erfüllt“: soll man es dann für zutreffend halten können, daß dieses „erfüllte“ Etwas nicht im transmentalen, sondern im intramentalen Gebiete befindlich sei?! — Viel eher wird man doch urteilen: Das, was der Stuhl durch sein Dasein, durch seine Anwesenheit „erfüllt“ und was Weyl mit den Worten „ein bestimmter Raumteil“ kennzeichnet, gehört dem gleichen Gebiete an, dem der Stuhl angehört, also dem transmentalen[1]).

[1]) Darauf deutet auch die schon zitierte Aussage Weyls einiger_ ɔn hin in den Worten: „Wir setzen in der kontinuierlichen räumlic ɔn Ausbreitung ... als letztes einfaches Element ein exaktes Hier, den R n-punkt.“ — Und übrigens beispielsweise: Wenn eine Schar von Abgeord ɔn

Mit dieser Bemerkung soll jedoch niemandes Urteil vorgegriffen sein. Wir haben hier ein Feld geistiger Arbeit betreten, auf welchem schon lange vor Kant und auch nach ihm bis auf den heutigen Tag heftig gestritten worden ist. Aufgabe der „Elementaranalyse" wird es sein, die Meinungen in der einfachen Form kontradiktorisch einander gegenüberstehender Grundsätze zum Ausdruck zu bringen. Dabei müssen wir den früher (vgl. S. 19, 25, 28, 38) aufgeführten „Grundbegriffen" noch beifügen den allgemein gefaßten Begriff des

18. Hier.

Der Arbeitsbegriff:

„Ort"

ist (im engeren Sinne) nebst dem synonymen „Raumpunkt" [1]) daraufhin definiert als „exakt", als „individuell" oder „unverwechselbar" gesetztes „Hier". — Das Symbol dafür war im vorigen (vgl. S. 20) der Buchstabe R.

Im Fortschritt unserer Betrachtungsweise treten nunmehr bezüglich des „Ortes" durchweg dieselben Fragen der Reihe nach in den Vordergrund, die vorhin bezüglich des „Augenblicks" erörtert worden sind, und so kommen wir auch an ganz entsprechende Wegscheiden. Zunächst hat man zu wählen zwischen den Grundsätzen:

10. Der Ausdruck „Ort" bedeutet ein Etwas

a) von lediglich intramentaler,

b) von nicht lediglich intramentaler,

sondern auch, und zwar vornehmlich transmentaler Geltung [2]).

---

momentan ein gewisses Gebäude „erfüllt", diese Abgeordneten sich aber im Stadtgebiete von Weimar befinden, so wird man natürlich urteilen, auch das „erfüllte" Gebäude befinde sich in keinem anderen als im Weimarer Gebiete.

[1]) Wo dafür (was mitunter, z. B. auch von Hilbert geschieht) das Wort „Raumelement" gebraucht wird, ist nicht das gemeint, was in der Differentialgeometrie im Gegensatz zum Linien- und Flächen- als Raumelement bezeichnet zu werden pflegt. Der Raumpunkt ist als Raum„element" nicht ein- oder zwei- oder drei-, sondern nulldimensional. — Wenn vom „Ort" eines Körpers (z. B. vorhin des Weylschen „Stuhles") die Rede ist, so steht das Wort in einem weiteren Sinne für „Lage" oder „Anwesenheitsstelle" eines Körpers im Raume. Gegenüber dem exakten „Ort" = „Raumpunkt" = „individuell aufgewiesenen Hier" bedeutet es dann eine „Mannigfaltigkeit von Orten". Kommt es aber auf den scharfen Ausdruck exakter Gedanken an .o sollte man zur Vermeidung von Mißverständnissen den „Ort" ebenso wi „Augenblick" nur punktuell auffassen.

Vielfach wird von Schriftstellern, die das scharfe „nur" Kants verwe .., auf einen Ausspruch von Gauß verwiesen, der in seinem berühmten, an ıel gerichteten Briefe enthalten ist und lautet: „Wir müssen in Demut

Von 10a gilt das über 1a und 4a Gesagte. An 10b schließt sich sofort die Trennung der „absoluten" und der „relativen" Auffassung an in dem Gegensatz:

11. Der Ausdruck „Ort" bedeutet, transmental genommen, ein Etwas, dessen Geltung
    a) unabhängig,
    b) abhängig

    ist von der Bezugnahme auf irgend ein sonstiges Etwas X, mag es sich bei diesem um eine Existenz oder um ein Geschehen handeln.

Die Wichtigkeit dieser beiden Scheidewege für die Relativitätstheorie ist die gleiche, wie sie vorhin (S. 27) bei 1 und 2 bezüglich der „Augenblicke" hervorgehoben wurde. Ebenso gilt auch, daß bei 11a der „Ort" ein völlig unverrückbares, festgelagertes, jeder Willkür entzogenes Etwas ist. Wenn also irgendwo von einer „Ortsverschiebung" oder „-versetzung" die Rede ist, so mag dieses Kompositum bedeuten sollen, was es will, darf aber durchaus nicht bedeuten, daß ein „Ort" eine „Verschiebung" erlitten habe. Dies könnte nur unter der Voraussetzung von 11b angängig erscheinen[2]).

B. Wie gelangen wir nunmehr vom einzelnen „Ort" zu einer:

Mehrheit von Orten?

Die „Mehrheit von Augenblicken" ließ Weyl als „Bewußtseinserlebnis", also auf intramentalem Gebiet geboren und ließ sie erschlossen werden auf Grund des „jetzt seiend — jetzt nicht seiend", also vermittelst des „Satzes vom Widerspruch". Mit der „Mehrheit von

---

zugeben, daß, wenn die Zahl bloß unseres Geistes Produkt ist, der Raum auch außer unserem Geiste eine Realität hat" (vgl. u. a. Weber und Wellstein, „Enzyklopädie der elementaren Geometrie", Leipzig 1905, Bd. II, S. 122). Mit obigen Worten hat Gauß, falls Wellsteins Zitat genau ist, die Straße 10b betreten; er wahrt dem Raume die „transmentale" Wirklichkeit.

[2]) Man kann die Sache allgemeiner fassen und sagen: Werden bei einem mit dem Namen „Verschiebung" bezeichneten Ereignisse zwei Dinge, D_1 und D_2, in Betracht genommen und waltet kein eigens auf den Raum bezüglicher prinzipieller Unterschied zwischen D_1 und D_2 ob, so sind die Aussagen: „D_1 ist in bezug auf D_2" und „D_2 ist in bezug auf D_1 verschoben" als gleichberechtigte verwendbar. Waltet aber ein solcher Unterschied ob, so hebt er die Gleichberechtigung auf. Dieser Unterschied liegt offenbar dann vor, wenn für D_1 der Grundsatz 11a, für D_2 der kontradiktorisch entgegengesetzte Grundsatz 11b maßgebend ist. Für D_1 fällt dann jede lokale Relation, mithin auch die einer Verschiebung in bezug auf D_2 weg, und würde sie dennoch behauptet, so bedeutete das eine logische Ungenauigkeit. Für D_2 hingegen bleibt in Geltung, daß es in bezug auf D_1 „verschoben" werde.

Orten“ verfährt er nicht so. — Dem § 1 seines ersten Kapitels gibt er die Überschrift: „Herleitung der elementaren Raumbegriffe aus dem der Gleichheit.“ — Nun liegt es nahe, zu denken, daß man für eine fruchtbare Anwendung des Begriffs „gleich“ doch irgend eine „Mehrheit“ von Objekten schon in Händen haben müsse, sonst würde man ja einrosten auf dem „principium identitatis“, insofern dieses die „Gleichheit“ eines Dinges mit sich selber aussagt. Durch welches Mittel also wird die „Mehrheit von Orten“ gewonnen? — Weyl benutzt dazu eine „kontinuierliche räumliche Ausbreitung“ als schon gegeben und beginnt (S. 10):

„Wie wir in der Zeit ein streng punktuelles Jetzt gesetzt haben, so setzen wir in der kontinuierlich räumlichen Ausbreitung . . . als letztes einfaches Element ein exaktes Hier, den Raumpunkt. Der Raum ist nicht, wie die Zeit, ein eindimensionales Kontinuum . . . Hingegen ist der Raum wie die Zeit Form der Erscheinungen, und damit ist die Idee der Gleichheit gegeben: identisch derselbe Gehalt, genau dasselbe Ding, welches bleibt, was es ist, kann so gut an irgend einer anderen Raumstelle sein als an der, an welcher es sich wirklich befindet . . . Bei Erfüllung geeigneter subjektiver Bedingungen würde uns jenes Material nach seiner Ortsversetzung genau so erscheinen, wie das tatsächlich gegebene.“

Anknüpfend an das oben Gesagte sei hier zunächst nochmals betont, daß das Wort „Ortsversetzung“ nicht etwa eine „Versetzung“ bedeutet, die (wie es etwa einer Beamtenversetzung entsprechen würde) der „Ort“ erleidet. Vielmehr wird bei Weyl ein „Gehalt“, ein „Ding“, ein „Material“ versetzt von einer „Raumstelle“ an eine „andere“, also von einem „Ort“ an einen „anderen Ort“. Damit ist von vornherein bekundet, daß die „eine Raumstelle“ gar nicht gebunden ist an das Vorhandensein eines „Gehalts“, an die Anwesenheit eines „Dinges“, eines „Materials“, denn dieses kann ihr ja durch „Versetzung“ entzogen werden. Und bei solcher „Versetzung“ nimmt das „Ding“ seine Herberge, nämlich die „eine Raumstelle“, auch nicht etwa mit sich, denn nachher befindet es sich gar nicht mehr an jener „einen“, sondern an einer „anderen Raumstelle“.

Unverkennbar deutet die Auffassung, die Weyl in den zitierten Sätzen darlegt, hin auf den Grundsatz 11a, wonach dem „Ort“ eine unabhängige, eine absolute Geltung zugeschrieben wird. Sodann beruht die Möglichkeit, den Weylschen „Versetzungs“gedanken zu vollziehen, augenscheinlich auf der Annahme, daß überhaupt ein Ort nicht der andere sei, daß unseren Überlegungen eine Mehrheit von Orten zur Verfügung stehe.

Wodurch wird denn aber die Identität zerstört, wodurch die Mehrheit begründet?

Diese Frage tritt mit derselben fundamentalen Wichtigkeit hier bei den „Orten“ auf, wie im vorigen Abschnitt bei den „Augenblicken“,

und die Schwierigkeit ihrer Beantwortung beruht auch auf demselben Umstande wie damals. Denn ebenso wie die Zeit, ist auch der Raum **„homogen“**. Hierüber sagt Weyl (S. 5):

„Jedes körperliche Ding kann, ohne irgendwie inhaltlich ein anderes zu sein, als es ist, ebensogut an jeder anderen Raumstelle sein, als gerade an dieser. Damit ist zugleich die Homogenität des Raumes gegeben.“

Und genau, wie es damals hieß: „die Zeit ist homogen, d. h. ein einzelner Zeitpunkt kann nur durch individuelle Aufweisung gegeben werden, es gibt keine im allgemeinen Wesen der Zeit gründende Eigenschaft, welche einem Zeitpunkt zukäme, einem anderen aber nicht“, so wird nachher (a. a. O., S. 13) von der Ortsversetzung im Raume (vgl. vorhin S. 21) gesagt: „Das Hauptkennzeichen der Translation ist, daß in ihr alle Punkte gleichberechtigt sind, daß vom Verhalten eines Punktes bei der Translation nichts Objektives [!] ausgesagt werden kann, was nicht auch für jeden anderen gelte, so daß ... die Punkte des Raumes nur durch individuelles Aufweisen (»dieser da«) voneinander unterschieden werden können.“

Ist dem so, dann richtet sich schweren Ernstes vor uns auf das Problem: Wieso darf einer, der (auf der Straße 10b wandelnd) dem „Ort“ eine transmentale Geltung zugebilligt hat, dann schon reden von einer Mehrheit von Orten als etwas transmental Seiendem? — **Wieso ist denn beim Mangel jedes unterscheidenden Merkmals ein Ort nicht der andere?**

Ich setze den Fall, jemand hat beim „individuellen Aufweisen“ einen Ort gekennzeichnet mit den Worten: „dieser da“, sodann das „Aufweisen“ wiederholt und eine neue Kennzeichnung vorgenommen mit dem Ausdruck: „jener dort“; hat er dabei nicht etwa lediglich (der Begriff der „Bewegung“ kann ja noch nicht in Dienst gestellt werden!) die Vokabeln geändert, während sein „dieser da“ und sein „jener dort“ sich durch „nichts Objektives“, was die Identität zerstören könnte, unterscheiden?

Ist aber die Identität nicht zerstört, so ist die Mehrheit nicht gesichert. Demnach reicht zur Sicherung einer transmentalen Mehrheit von Orten das „individuelle Aufweisen“, auch wenn es wiederholt und auch wenn die Wortwahl geändert würde, noch keineswegs hin.

Nun könnte man das Ziel dadurch zu erreichen versuchen, daß man — analog dem von Weyl bezüglich der „Mehrheit von Augenblicken“ eingeschlagenen Verfahren — unmittelbar auf den „Bewußtseinsstrom“ zurückgriffe. Man brauchte dann seinem auf S. 2[illegible] [illegible]n-geführten Satze nur eine kurze Ergänzung beizufügen und zu erkl[illegible]n: Unser Bewußtseinsinhalt sagt nicht bloß aus: dieses Etwas E ist, [illegible]n-dern: „E ist jetzt, doch jetzt nicht mehr“, und in anderen F[illegible]en

sagt es: „*E* ist jetzt hier, doch jetzt nicht mehr hier, vielmehr ist dasselbe *E* jetzt dort". — Fortfahren könnte man sodann wiederum im Anschluß an Weyl: Reißen wir uns in der Reflexion heraus aus diesem Bewußtseinsstrom und stellen uns seinen Gehalt als ein Objekt gegenüber, so wird er uns zu einer räumlichen Mannigfaltigkeit, deren einzelne Elemente in der Beziehung des Hier und Dort, des Nebeneinander, Hintereinander, Übereinander stehen.

Solche Zuhilfenahme des „Bewußtseinsstromes" und das sich anschließende „Herausreißen" stellt uns dann aber mit Bezug auf die „Mehrheit von Orten" genau wieder vor dieselben Trennungen, die im früheren bezüglich der Mehrheit von Augenblicken gekennzeichnet worden sind. Um ein Beispiel vorzuführen, so erhalten wir entsprechend der vierten Wegscheide jetzt folgende:

12. Die im Bewußtseinsinhalt uns vorgeführte Mehrheit von Orten ist ein Etwas
    a) von lediglich intramentaler,
    b) von nicht lediglich intramentaler, sondern auch transmentaler Geltung.

Der fünften Wegscheide (S. 34) entspricht 13a und b, welche die Frage „absolut" oder „relativ" auf die Mehrheit von Orten überträgt; sinngemäß sind ferner auch die beiden Wegscheiden 6 und 7 in 14a und b bzw. 15a und b umzuwandeln. —

Noch eine weitere Analogie verdient Erwähnung:

Bei den Augenblicken wurde (S. 37) gewarnt vor dem eigenartigen Mißverständnis, das durch die Kombination von Z_1 und Z_2 mit irgendwelchen Geschehnissen entstehen könnte. Es handelte sich nämlich damals nicht um unterscheidende Geschehnisse, sondern um unterscheidende Merkmale, die den nichtidentischen Augenblicken an sich eigen sind und anhaften. Ebenso muß auch hier gewarnt werden vor einem Mißverständnis, das durch die Kombination von R_1 und R_2 mit irgendwelcher Körperanwesenheit entstehen könnte. Denn die Rede ist einzig von solchen Merkmalen, durch deren Eigenbesitz und Anhaftung der Ort R_1 vom Orte R_2 verschieden ist.

Vergleichsweise könnte man sagen: Wenn es sich bei einer Wabe um die unterscheidenden Merkmale der Zellen an sich handelt, so steht der allenfallsige Zelleninhalt außer Erwägung. „Orte" können „Körper" beherbergen; hier nun ist nach Unterschieden der Herbergen[1]) gefragt, nicht aber, ob sie etwas, und eventuell was sie beherbergen.

---

[1]) Weyl gebraucht mehrmals den Ausdruck „Mietskaserne". Er bringt (S. [illegible]), folgende Stelle, in der ich einige besonders bemerkenswerte Worte unterstreiche:

Gibt es eine transmental existierende Mehrheit solcher Herbergen (in Weyls Ausdrucksweise eine Mehrheit von „individuell aufweisbaren Raumpunkten“ bzw. von „streng punktuell setzbaren Hieren“), sind zweitens die einzelnen Herbergen (die „Raumstellen“, die „Raumlagen“, die „Orte“) durch „individuelle“ Kennzeichen voneinander unterschieden, und stehen uns drittens auch Worte zur Verfügung, um diese Kennzeichen genügend scharf zu beschreiben, so liegt der Fall 15a, gibt es unterscheidende Kennzeichen, die aber für uns unbeschreibbar sind[1],

---

„Riemann leugnet, was bis dahin immer die Meinung gewesen war, daß die Metrik des Raumes von vornherein unabhängig von den physikalischen Vorgängen, deren Schauplatz er abgibt, festgelegt sei, und das Reale in diesen metrischen Raum wie in eine fertige Mietskaserne einziehe; er behauptet vielmehr, daß der Raum an sich nichts weiter als eine völlig formlose dreidimensionale Mannigfaltigkeit ist und erst der den Raum erfüllende materielle Inhalt ihn gestaltet und seine Maßverhältnisse bestimmt.“

Zu bemerken sind hier die Ausdrücke „metrischer Raum“ und „Maßverhältnisse des Raumes“. Wegen dieser Sonderbezeichnung liegen die zitierten Sätze neben dem eigentlichen Gedankengange unseres hier vorliegenden Abschnitts, in welchem ja die Setzung irgendwelcher „Meß“akte im oder am Raume noch ganz außer Erwägung gelassen wurde und es sich nur erst handelt um eine Analyse derjenigen Gedanken, die ohne Komplikation mit dem schwierigen Begriff des „Messens“ vollzogen werden können. Doch auch in diesem engeren Rahmen läßt sich sehr wohl die Frage aufwerfen, ob der „Raum“ zur „Materie“ in einer ähnlichen Beziehung stehe, wie die „Kaserne“ oder „Herberge“ zum „Bewohner“.

Gibt nun aber — wie Weyl oben sagte — „der Raum den Schauplatz ab“ für „physikalische Vorgänge“, wird er „von einem materiellen Inhalt erfüllt“: heißt das denn viel anderes, als daß er von jenem „Inhalt“, der ihn „erfüllt“, auch bewohnt werde, und daß für alles, was mit dem Inhalt „physikalisch vorgeht“, eben diese Wohnung „als Schauplatz“ diene? — Nun könnte etwa noch besonders Ton gelegt werden auf die „Miet-Kaserne“. — Der Schnecke ist ihr Haus angewachsen, sie kann nicht heraus. Der „Mieter“ hingegen, z. B. der Einsiedlerkrebs, kann sein Schneckenhaus verlassen und in ein anderes einziehen. Gleicht nun „das den Raum erfüllende Reale“ der Schnecke oder dem Krebse? — Wenn jedes „Materiestück“ andauernd ein und denselben „Raumteil“ erfüllt, so stößt augenscheinlich der Begriff der „Bewegung“ (Näheres darüber im folgenden) auf große Schwierigkeiten. Erfüllt es aber nicht andauernd den gleichen Raumteil (gleich dem Krebse), so ist dieser ihm „Mietskaserne“; er kann sich darin bewegen, kann Zimmer mit Zimmer, kann Ort mit Ort vertauschen. — Dem Vergleich mit der „Miet“-wohnung entspricht auch Weyls vorhin (S. 45) angeführter Satz: „Genau dasselbe Ding, welches bleibt, was es ist, kann so gut an irgend einer anderen Raumstelle sein, als an der, wo es sich wirklich befindet.“

[1]) Da die Zuhilfenahme von Meßakten hier überhaupt nicht in Betracht kommt, so kann es sich im vorliegenden Zusammenhange nicht um solche „Kennzeichen“ handeln, die, in algebraischen Symbolen ausgedrückt, irgendwelche Aussagen über metrische Beziehungen zwischen Ort und Ort (bzw. über den „metrischen Raum“) enthalten. Diese bilden eine Sache für sich

so liegt der Fall 15b, fehlen die Kennzeichen (was Weyls Erläuterung der „Homogenität des Raumes" entsprechen würde), so liegt der Fall 14b, fehlt überhaupt eine transmentale „Mehrheit von Orten", so liegt der Fall 12a vor.

C. Gehen wir nun einen Schritt weiter, so stoßen wir wiederum (vgl. S. 38) auf das „Ordnungs"-Prinzip der Mengenlehre. In bezug auf dieses sagt Weyl (a. a. O., S. 11): „Durch das links und rechts sind die Punkte einer Geraden genau in der gleichen Weise [!] geordnet, wie die Zeitpunkte durch das früher und später." Dann fährt er aber fort: „Links und rechts sind gleichberechtigt. Es gibt eine kongruente Abbildung, die [den Punkt] A fest läßt, jedoch die beiden Hälften, in welche die Gerade durch A zerfällt, vertauscht." — Diese glatte „Vertauschbarkeit" trifft aber bei der Zeit doch nicht grade „genau in der gleichen Weise" zu, daher erscheint hier für den Raum noch eine gewisse Zuschärfung nötig, und zwar unter Beiziehung weiterer Grundbegriffe.

Nehmen wir zu zwei „individuell aufgewiesenen" Orten, nämlich dem „dieser da (R_1)" und dem „jener dort (R_2)" den unter Nr. 14 schon aufgeführten Grundbegriff des

„Kontinuums"

und den Arbeitsbegriff:

„Gerade"

als das durch R_1 und R_2 eindeutig („individuell", unverwechselbar) gekennzeichnete räumliche Kontinuum (Näheres darüber an anderer Stelle) hinzu, so hilft uns der Grundbegriff

19. Richtung

zu einer klaren Fragestellung über das Obwalten des Ordnungsprinzips im einfachsten Falle. Wir bilden dann analog zu 7 folgende Wegscheide:

---

und helfen hier nichts. Die Lage ist überhaupt dieselbe, wie die vorhin (S. 37) bezüglich zweier Zeitpunkte dargelegte. Wer bei den Wegscheiden Nr. 7 und Nr. 15 die b-Straße wählt, weiß keine Worte, um den die Identität zerstörenden Unterschied zwischen Raum- bzw. zwischen Zeitpunkten (diese an und für sich genommen) zu kennzeichnen. — Nun kann man sagen, daß zur Beschreibung von Unterschieden uns ja auch sonst oft die geeigneten, genauen Worte fehlen. Wie soll man z. B. den Unterschied zwischen Rosenduft und Veilchenduft, den Unterschied zwischen Apfel- und Birnengeschmack kennzeichnend beschreiben? — In Fällen von solcher Art, bei denen mancherlei „spezifische Sinnesenergien" in Betracht kommen, pflegt es aber, selbst wenn Chemie und Physiologie noch keine (was ja wohl eifrig angestrebt wird) hinlänglichen Mittel zur Verfügung stellen, doch eine genetische, auf der Wiederholbarkeit beruhende Kennzeichnung zu geben. Diese Methode versagt aber schon am augenscheinlichsten bei den Zeitpunkten, versagt aber nicht minder, sobald man der Sache streng auf den Grund geht, auch bei den Orten.

16. Die Beziehung zwischen den Orten R_1 und R_2 ist eine solche, daß:

a) nur von **einem** der beiden (asymmetrische Beziehung),

b) von **jedem** der beiden (symmetrische Beziehung)

ohne Richtungswechsel zutreffend ausgesagt werden kann, er sei der vordere[1]).

Sodann analog zu 9 a, b durch Vertauschung von Z_1 und Z_2 mit R_1 und R_2 die ganz entsprechende Wegscheide 17 a, b.

Auf allen oder doch fast allen auseinanderlaufenden Wegen, die in vorstehenden Erörterungen über das „Problem des Ortes" gekennzeichnet wurden, sind Wanderer zu finden, Philosophen, Mathematiker, Physiker, Theologen. Die Aussagen von einzelnen, „punktuell gesetzten", „individuell aufgewiesenen" Orten, von einer „Mehrheit", einer „Mannigfaltigkeit", einem „Kontinuum" von Orten fallen ja sämtlich in das dunkle Rätsel des **Raumes** hinein, in jenes heißumstrittene Problem, das schon

[1]) Wollte man statt dieses Wortes mit **Weyl** die Unterscheidung „rechtslinks" benutzen, so würde schon darin die „Bezugnahme auf ein drittes Etwas", nämlich auf einen beide „Orte" betrachtenden **Menschen** und dessen eigene Körperhälften vorweggenommen sein. Die exakte Analyse hält sich besser davon frei. — Eine sehr einschränkende und sicherlich die tiefgreifendste Bezugnahme auf den Menschen liegt in **Kants** Ausspruch: „Der Raum ist **nur** eine Form **unserer** Anschauung" (vgl. S. 42). Aus diesem läßt sich nämlich analog der Anmerkung zu S. 35 folgern: **Fehlte** unser Menschengeschlecht (und ein äquivalenter Ersatz), so **fehlte** auch „unsere Anschauung", also auch deren „Form", also auch — der nichts anderes als diese Form ist — der „**Raum**", also auch die Mannigfaltigkeit von **Orten**, die wir mit den Ausdrücken nebeneinander, hintereinander, übereinander zu bezeichnen pflegen. Statt solcher räumlichen Mannigfaltigkeit — sofern sie eben „nur" an der „Anschauung" der Menschen klebt, wie die Mannigfaltigkeit von Augenblicken an seinem „stromhaften Bewußtsein" — gäbe es dann in Wirklichkeit bloß eine **nicht ausgedehnte** Orts-Dieselbigkeit. — Augenscheinlich legt auch diese Theorie eine theologische Parallele nahe: Sowie nämlich die Dieselbigkeit aller **Augenblicke** jede Sukzession im Sein zerstört und an übliche Aussagen von der „aeternitas" erinnert, würde die Dieselbigkeit aller **Orte** jedes Nebeneinander im Sein zerstören und hindeuten auf die „omnipraesentia" eines Wesens, das über den Zwang der menschlichen „Anschauung" erhaben ist. Wohl eine bemerkenswerte Sache wäre es zweifellos, wenn die „Relativitätstheorie" dadurch, daß sie gemäß der **Einsteinschen** Aussage die „physikalische Gegenständigkeit" von Raum und Zeit als Trug erkennen ließ, gewissen theologischen Lehren eine Stütze darböte. Exakt darauf einzugehen, sei den zünftigen Theologen überlassen. Auch muß ich mir versagen, den Faden zu verfolgen, der von dem hier erörterten Punkte zurückläuft auf einen gewissen Geda[illegible]en **Newtons** (vgl. „das Endliche und das Unendliche", S. 57), aus dem de[illegible]e-rühmte Briefwechsel zwischen **Clarke** und **Leibniz** sich entwickelt hat. [illegible]e-züglich des **Thomas von Aquin** sei der in der Anmerkung zu S. 3[illegible]e-gebene Hinweis hier wiederholt.

so manchen, nachdem er sich an der Lösung vergeblich abgemüht, schließlich zu der verzweifelten Maßregel gedrängt hat, das böse Kampfobjekt schlankweg zu vernichten, es aus der Welt zu schaffen, ihm jede objektive Realität abzusprechen. Gewiß ist diese Art der Erledigung ebenso einfach und wohlfeil, als radikal, aber der Raum pflegt sie sich nicht gefallen zu lassen, sondern der Vernichtung Trotz bietend[1]) sich beharrlich und in mannigfacher Weise als etwas Seiendes unserer Erkenntnis aufzunötigen.

Oft geschieht das freilich ganz unbemerkt. Manche Gedanken werden in Formen vorgetragen, denen man es nicht gleich ansieht, daß der Raum dabei als ein selbständiges Etwas vorausgesetzt wird, und um letzteres klar zu erkennen, muß man durch genaue Fragen, namentlich auch durch exakte Zergliederung gewisser Begriffe eine verdeckende Hülle zu beseitigen suchen. — Schreibt z. B. Laue („Das Relativitätsprinzip", Braunschweig 1911, S. 88): „zwischen den Körpern besteht etwas physikalisch Wirkliches, das elektromagnetische Feld, welches trotz Loslösung von aller Materie Energie, Bewegungsgröße und Spannungskräfte enthält und ihre Übertragung von einem zum anderen Körper vermittelt", so fragt man zunächst: Was soll das also sein, was zwischen den Körpern übrig bleibt, nachdem man seine Gedanken „losgelöst hat von aller [dort befindlichen] Materie"?

Die Antwort heißt: „Ein Feld".

Was ist damit denn eigentlich ausgesagt?

Das Wort „Feld" hat — was leider bei so vielen in der Philosophie gebrauchten Ausdrücken der Fall ist und zu höchst bedauerlichen Unklarheiten und Mißhelligkeiten führt — zwei verschiedene Sinnunterlegungen. Zunächst bedeutet es, und das ist seine unveräußerliche Kernbedeutung, einen umgrenzten Teil einer Fläche. So wird beispielsweise die Fläche des Schachbrettes in 64 „Felder" geteilt. Ähnlich verhält es sich mit gewissen geographischen Bezeichnungen, z. B. Maifeld und Marchfeld. In diesem Sinne ist das „Feld" nichts anderes als ein Flächenstück und hängt nicht im mindesten ab von der Frage, ob es überhaupt von irgend etwas, von Menschen oder Tieren, bzw. von Schachfiguren besetzt, bewohnt, eingenommen ist oder nicht.

Zweitens aber bedeutet das Wort „Feld", namentlich in gewissen Zusammensetzungen, ein solches Flächenstück, das gerade durch seine Besetzung gekennzeichnet ist, in dem Sinne etwa, wie beispielsweise König Karl sagt: „Wächst mir ein Kornfeld auf der flachen Hand?" En[illegible]rechend dieser Auffassung spricht man ja von vielerlei besetzten Fe[illegible]n, von Kleefeldern, Rübenfeldern usw., auch von Schlachtfeldern.

Man könnte den Horaz variieren und sagen: „Spatium expellas fur[illegible]men usque recurret."

Nun ist gewiß ein Kleefeld etwas ganz anderes als ein Rübenfeld, aber doch können beide ein und dasselbe (im Kataster unter der und der Nummer eingetragene) „Feld“ sein. Ein Ackerfeld kann zum Schlachtfelde werden und doch ein und dasselbe „Feld“ bleiben [1]).

Diese Erwägung drängt zu der Auffassung, daß mit dem Worte „Feld“ doch eigentlich nichts als ein Flächenstück (auch wohl zu einem dreidimensionalen Gebilde ausgedehnt) bezeichnet ist, ein Etwas, das neben und außer seiner begrenzten Ausdehnung an und für sich gar keine weitere Eigenschaft besitzt. Demnach haben die üblichen Ausdrücke: „Feldstärke“, „Feldenergie“, „Feldgleichung“ genau genommen gar keinen rechten Sinn. Der Besitzer der „Stärke“ oder „Energie“ ist eben durchaus nicht das „Feld“, sondern seine Besetzung. Wenn also Laue von dem „elektromagnetischen Felde“ spricht und sagt, es „enthalte Energie, Bewegungsgröße, Spannungskräfte“, so ist nicht das „Feld“ an sich, sondern das, womit es besetzt, wovon es bewohnt ist, der Inhaber jener „Kräfte“. Ähnlich wie beim „Kornfeld“ nicht das „Feld“, jener existente, im Kataster einer Gemarkung einregistrierte Teil der Erdoberfläche, sondern dessen Fruchtbestand der Inhaber der Nähr-„Kraft“ ist. — Bleibt uns also „zwischen den Körpern nach Loslösung von aller Materie“ noch etwas „physikalisch Wirkliches“ dort übrig, so ist es ein doppeltes, nämlich erstens das durch die Eigenschaft seiner Ausdehnung die Körper voneinander trennende „Feld“, zweitens dessen eigenartige, energiebegabte, „spannkräftige“ Besetzung. Nehmen wir also das, was Laue „Materie“ nennt, wieder hinzu, so haben wir im ganzen eine Dreiheit von „physikalisch wirklichen“ Objekten, und darunter befindet sich auch das unter dem Namen „Feld“ eingeführte räumliche Gebilde, das von beiden anderen Objekten verschieden ist.

Die kraftbegabte Feldbesetzung wurde von Laue durch das Wort „elektromagnetisch“ eigens gekennzeichnet. Nun führt er aber noch ein viertes Objekt hinzu, indem er (S. 186) schreibt: „Gewiß ist: gilt das Relativitätsprinzip, so pflanzen sich die Gravitationswirkungen im leeren Raume [dessen Existenz wird also doch vorausgesetzt!] mit der Lichtgeschwindigkeit c fort. Es gibt ferner [!] ein Gravitationsfeld, eine bestimmte Energiedichte und einen Energiestrom ...“

Irgend etwas muß also doch da „strömen“: worin „strömt“ es denn? — Im Raume? — In jenem „Felde“, das hier durch die Beifügung „Gravitations“-Feld gekennzeichnet ist? — Inwiefern ist dieses letztere „Feld“ nun unterschieden von dem vorhin erwähnten „elektro-

[1]) Mein erstes amtliches Arbeitsfeld befand sich in der Stadt Krefeld, deren Name wohl von Krähenfeld abzuleiten ist, und die im Jahre 1758 zum Schlachtfelde wurde.

magnetischen“? Oder handelt es sich beidemal um ein und dasselbe „Feld“, dessen Besetzung eben eine doppelte ist? (Wie ja der Landmann oft in ein und dasselbe Feld Korn und auch Klee einsät, der dann in und mit dem Korn aufwächst.) — Oder ist, was ja ebenfalls behauptet wird, die Feldbesetzung, ob sie „elektromagnetisch“ oder „schwerebewirkend“ heiße, überhaupt von einerlei Art? — Das alles erscheint im Laueschen Text dunkel, und wir müssen später noch Gelegenheit nehmen, auf die „Feld“-Frage zurückzukommen; hier genüge der Hinweis, wie die Benutzung der Begriffe: „Feld“, „zwischen den Körpern“, „strömen“, „fortpflanzen durch den leeren Raum“ eben diesen „Raum“ als ein transmental existentes Etwas **voraussetzen.**

In gleichem Sinne sagt auch Weyl an einer Stelle (S. 159), wo er den Begriff der „Masse“ erörtert, „sie sei als zusammengeballte potentielle Energie aufzufassen, die durch den Raum fortschreitet“. Auch damit wird der „Raum“ als ein unentbehrliches existentes Etwas in Dienst genommen. Dasselbe geschieht aber noch auf andere Weise.

Weyls „Fortschritt durch den Raum“ und Laues „Fortpflanzung im leeren Raum“ kennzeichnen eine Bewegung, einen Ortswechsel, benutzen also den Begriff des „Ortes“ und die Nichtidentität von Orten. Beides wird von Laue auch zur Konstruktion der „Geschwindigkeit“ und auf diese Art zugleich mit dem Begriff des „Augenblicks“ und der Nichtidentität von Augenblicken benutzt.

Der Begriff der „Geschwindigkeit“ dient ihm als „Grundbegriff“; seine exakte Definition ist ja auch nur unter Zuhilfenahme der Infinitesimalrechnung möglich. Er verkoppelt Raum und Zeit zu einem für die Beschreibung des Naturgeschehens bisher unentbehrlichen Ganzen. Nun können beide Bestandteile dieses Ganzen, sobald sie der Rechnung unterliegen, in die Gleichungen der Relativitätstheorie zwar, wie Minkowsky gezeigt hat, unterschiedslos eingehen, sind aber trotzdem für unsere Auffassung nicht völlig gleichartig. Ich sehe ab von dem Unterschiede, der darin liegt, daß wir wohl im Raume, nie aber in der Zeit einen Rückweg bewußter Weise erlebt haben[1]), und will nur betonen, daß wir weniger die Zeit, als vielmehr den Raum empfinden in der Rolle einer diensamen und notwendigen Herberge für den Aufenthalt unseres leibhaften Ichs. Und so dehnen wir den Begriff dieser Aufenthaltsgewährung automatisch aus auf alles, was uns entgegentritt als ein unserer Leiblichkeit Gleichartiges. Der Vorgang der „Bewegung“, erprobt am eigenen Erleben, zeugt in uns die Gewißheit von Orts- und

[1]) Durchaus vertraut ist uns die Vorstellung, zu einem verlassenen Orte, höchst befremdlich aber die, zu einem verlassenen Augenblicke im Leben noch einmal wieder zurückzukehren.

Augenblickswechsel, daneben aber die Gewißheit von derjenigen Dieselbigkeit, die wir „Ich" nennen, und einer zweiten Dieselbigkeit, die man „Raum" nennt und auffaßt als dasjenige existierende Etwas, welches die Herberge des Ichs und seines leiblichen Gleichen, sowie der Gesamtheit aller während der Bewegung „gewechselten" Orte ist. Eben dies ist dasselbe Etwas, welches auch Laue wie Weyl wohl meinen könnten, wenn sie vom „Fortschritt" bzw. von der „Fortpflanzung" „**im**" und „**durch** den Raum" reden.

Später und in einem anderen Gedankenzusammenhange wird sich Anlaß finden, auf mehrere unter den hier berührten Erwägungspunkten zurückzukommen. Nötig erscheint zuvörderst aber eine genaue Analyse der vorhin in Betracht genommenen Idee der Bewegung, sowie einer Reihe von damit eng verknüpften Begriffen: Weg, Kontinuum, Gerade usw., die zum Teil ebenfalls schon vorhin ins Auge gefaßt worden sind.

VI. Das Problem der Bewegung, des zugehörigen Zeitverlaufs und der Wegbahn.

Übersicht.

A. Anknüpfung an Weyls grundlegenden Satz Nr. 2. — Wegscheide Nr. 18. — Die Rolle der Materie bei dem Tripel *ZRM*. — Der Begriff der Bewegung schließt den der Veränderung und den der Beharrung in sich ein. — Diskussion der sechs möglichen Arten, wie die Indizes des Tripels *ZRM* zweckentsprechend variiert und kombiniert werden können. — Der Fall Nr. 5 als typischer. — Wichtigkeit des „zwischen". — Drei Ergebnisse für die Elementaranalyse.

B. Was für die Ableitung des Begriffes „Bewegung" entbehrlich und was unentbehrlich ist. — Scheideweg Nr. 19. — Unterschied zwischen „Verlauf" und „Bahn". — Die Forderung der Stetigkeit. — Wegscheiden Nr. 20 und 21. — Definition der Begriffe: Bewegung, Zeitverlauf und Wegbahn.

C. Stellungnahme der Relativitätstheorie zu den vorgeführten Wegscheiden. — Warnung vor Fehlern. — Kann der Ordnungstypus der Augenblicke relativiert werden? — Verwunderliche Folgen einer Umkehrung der Relation: „früher — später". — Weyls Stellungnahme dazu. — Übergang vom Zeitverlauf zur Wegbahn durch eineindeutige Zuordnung.

A. Die Erörterung dieses Problems möge wiederum anknüpfen an den schon mehrfach (vgl. u. a. S. 18 und 41) erwähnten „Weyls[chen] Satz Nr. 2", welcher lautet:

„Ein bestimmtes Materiestück [M_1] erfüllt in einem bestimmten Zeitmoment [Z_1] einen bestimmten Raumteil [R_1]; in der daraus resultierenden Vorstellung der Bewegung gehen jene drei Grundbegriffe die innigste Verbindung ein.“

Wohl darf man annehmen, daß es sich bei der hier gemeinten „Vorstellung der Bewegung“ nicht etwa handelt um eine Bewegung des „Zeitmoments“ oder des „Raumteils“, sondern um eine Bewegung des „Materiestücks“. Und so müssen wir bezüglich des letzteren nunmehr vor allem die Wegscheiden festlegen, die bezüglich der beiden ersten schon unter Nr. 1 und 10 (vgl. S. 26 und 43) vorgeführt worden sind, müssen also trennen:

18. Der Ausdruck „Materie“ bedeutet ein Etwas

a) von lediglich intramentaler,

b) von nicht lediglich intramentaler,

sondern auch, und zwar vornehmlich transmentaler Geltung.

Wie 1a und 10a würde auch die Straße 18a ganz außerhalb des physikalischen Gebietes verlaufen, darum leidet es meines Erachtens keinen Zweifel, daß Weyl in seinem „Satz Nr. 2“ sich auf der Seite 18b befindet, also unter dem Wort „Materie“ bzw. „Materiestück“ ein Etwas versteht, bezüglich dessen man zwar intra mentem mancherlei Gedanken bilden kann, das aber auch unabhängig vom „Darandenken“ extra mentem Existenz und Geltung hat.

Nun heißt es im obigen Zitat, die Vorstellung der Bewegung „resultiere“ aus der vorangestellten Aussage, welche die drei Grundbegriffe (ich will sie hier stets nach der auf S. 22f. empfohlenen Reihenfolge ordnen) Z_1, R_1, M_1 zu einem Gedanken vereinigt enthält. Dabei kann der Sinn des Wortes „resultieren“ unmöglich — und Weyl hat das gewiß auch nicht beabsichtigt — der sein, daß diese Aussage für sich allein schon hinreiche, um die „Vorstellung der Bewegung“ herzustellen oder den Begriff der Bewegung zu definieren. Denn auf den ersten Blick erkennt man, daß $Z_1 R_1 M_1$ (dies sei die abgekürzte Bezeichnung der betreffenden Aussage) sich ebensowohl mit der „Vorstellung“ der Ruhe als der Bewegung verträgt. Daher verlangt letztere noch etwas Weiteres, verlangt zunächst den Hinzutritt irgend einer Aussage, die eine Veränderung in sich schließt. Welche soll das sein?

Hier könnte man radikal vorgehen und alle drei Indizes zugleich verändern wollen, also die Aussage $Z_2 R_2 M_2$ bilden. Aber diese Beha ..ung, die aussagt, daß zu einem anderen Zeitpunkt ein anderer Ra teil von einem anderen Materiestück „erfüllt“ sei, ist offenbar we an und für sich, noch in Verbindung mit $Z_1 R_1 M_1$ geeignet, die Vo llung einer „Bewegung“ hervorzurufen. Beispielsweise kann

meine Feder heute auf dem Schreibtisch liegen und mein Rock morgen im Schrank hängen, ohne daß aus solchen Feststellungen allein schon so etwas wie „Bewegung“ erschließbar wäre.

Um eine für diesen Zweck dienliche Veränderung herzustellen, muß bei der betreffenden Veränderung doch irgend etwas beharren, unverändert bleiben, also von den drei Indizes entweder einer oder deren zwei. Als möglich ergeben sich dann sechs Fälle mit folgender Gruppierung der Indizes:

112, 121, 211, 122, 221, 212.

Geht man diese der Reihe nach durch und verbindet sie mit der Weylschen Aussage 111, so zeigt sich, daß die vier ersten Nummern für eine Vorstellung der Bewegung noch gar nichts beitragen.

Nr. 1 würde den Satz von der „Undurchdringlichkeit“ beseitigen und dafür die Koexistenz der Materie M_1 mit der Materie M_2 zur selben Zeit am selben Orte festsetzen.

Nr. 2 stellt uns unmittelbar vor das berühmte Problem der „Bilokation“, das namentlich in der scholastischen Philosophie und in der Theologie eine Rolle spielt [1]).

Nr. 3 und 4 sind mit dem Zustand der Ruhe vereinbar und leisten der Vorstellung der Bewegung keinerlei Vorschub. — Als zweckfördernd können somit nur die beiden letzten Nummern in Betracht kommen.

Nr. 5 stellt 221 neben 111, besagt also, daß ein und dasselbe Materiestück M_1 zur Zeit Z_1 den Raumteil R_1, hingegen zur Zeit Z_2 den Raumteil R_2 „erfüllt“. Das hilft, reicht jedoch nicht schon aus für die „Vorstellung von der Bewegung“, solange beide Sätze gänzlich isoliert dastehen, und eine Aussage über das Inzwischen fehlt. Hätte nämlich M_1 am Orte R_1 inzwischen seine Existenz verloren [2]) und sie wiedergewonnen am Orte R_2, so läge zwar eine Veränderung, aber doch keine Bewegung vor. Unverbunden ständen die Sätze 111 und 221 jeder für sich da.

---

[1]) Vgl. u. a. Lehmen-Beck, „Kosmologie und Psychologie“, Bd. II, 3. Aufl., Freiburg 1911, S. 54. Stöckl, „Metaphysik“, 4. Aufl., Mainz 1876, S. 72. Thomas, „Summa Theologica“, Romae 1894. Forzanische Ausgabe, Bd. VI im „Lexicon scholasticorum verborum“, pag. 392.

[2]) Ich halte dafür, daß dieser Ausschluß eigens hervorgehoben werden müsse, und man die Verbindlichkeit des physikalischen Satzes, wonach „Materie“ überhaupt weder je entstehe, noch je vergehe, hier nicht als eine Selbstverständlichkeit behandeln dürfe — dies schon deswegen nicht, weil der Begriff der Materie in der heutigen Physik gewisse tiefgehende Wandlungen durchmacht. — Über den Zusammenhang des Satzes von der Erhaltung der Masse mit den Maxwellschen Gleichungen und mit der Tatsache, daß die Vektordivergenz des Energietensors verschwindet, vgl. Haas: „Die Axiomatik der modernen Physik“ in den „Naturwissenschaften“, S. 747 f.

Nr. 6 vereinigt 212 mit 111, führt also zwei verschiedene „Materiestücke" vor und besagt, daß ein und derselbe Raumteil R_1 von M_1 im Moment Z_1 und von M_2 in Moment Z_2 erfüllt sei. Auch das kann der Idee der Bewegung dienen, reicht jedoch dafür noch nicht hin. Erforderlich wäre zunächst offenbar die Ausschaltung der ruhigen Koexistenz von M_1 mit M_2 im Raumteil R_1. Sodann aber muß die Isolierung beider Aussagen aufgehoben werden durch eine Abmachung über das „Inzwischen", und diese muß erstens den Existenzverlust von M_1 sowie den Existenzbeginn von M_2 im Zeitpunkt Z_2 ausschließen, muß zweitens der Materie M_2 den Zwang auferlegen, in irgend einem von Z_2 verschiedenen Augenblicke Z_x nicht bloß existiert, sondern auch irgend einen von R_1 verschiedenen Raumteil R_y „erfüllt" zu haben. Dieser Zwang führt bezüglich des Materiestücks M_2 zu der Index-Kombination $xy2$ — 222, entspricht also dem beim Falle Nr. 5 für M_1 aufgestellten Schema 221—111, insofern nämlich ausgesagt wird, daß ein und dasselbe Materiestück zu verschiedenen Zeiten verschiedene Raumteile erfüllt. Somit ist mit Hilfe der angegebenen Zusätze Nr. 6 auf Nr. 5 zurückgeführt.

Fassen wir also Nr. 5 als den typischen Fall ins Auge und schälen die Aussagen, die er verlangt, im Dienste der Elementaranalyse einzeln heraus, so ergeben sich deren drei, welche festsetzen:

erstens die Tatsache einer Veränderung,
zweitens die Tatsache einer Dieselbigkeit,
drittens die Erstreckung der zweiten Tatsache über ein Inzwischen.

Bei der dritten Festsetzung ist die „Erstreckung" in dem Sinne aufgefaßt, daß sie das Zwischentreten eines Existenzverlustes abwehren soll, was sich aber hier — wie vorhin bezüglich der „Bewegung" bemerkt — nicht sowohl auf den Raumteil R_1 oder R_2, als auf das Materiestück M_1 bezieht.

B. Ist diese an Weyls angeführten „Satz Nr. 2" geknüpfte Analyse der „Bewegung" zutreffend, so erfließen daraus bezüglich unentbehrlicher und entbehrlicher Bestimmungen vier Folgerungen, nämlich:

1. Unentbehrlich für die Ableitung des Bewegungsbegriffes ist die Variation des Zeitmoments Z.
2. Unentbehrlich bei dieser Variation ist der Begriff „zwischen" und eine daran angeknüpfte Verneinung des Existenzverlustes von M.
3. Entbehrlich ist die Variation des Raumteils R bei einer Variation von M.
4. Entbehrlich ist umgekehrt die Variation des Materiestücks M bei einer Variation von R.

Schon vorhin (S. 53) wurde hingewiesen auf gewisse Unterschiede bezüglich der Art, wie Zeit und Raum sich zu unserem „Bewußtseinsstrom“ verhalten, hier zeigt sich nunmehr, daß auch die Beziehung zur Materie bei der Zeit in gewissem Sinne eine etwas andere als beim Raume ist, dann nämlich, wenn es sich um die Ableitung des Begriffes „Bewegung“ handelt. Die Variation des Materiestücks kann dabei wohl die des Raumteils, nicht aber die des Zeitmoments ersetzen. Und darum ist die notwendige Hinzunahme des Begriffs „zwischen“ bezüglich der Zeitmomente unmittelbar ersichtlich; diese Hinzunahme bezüglich der Raumteile bekommt erst dann Wert, wenn man noch einen weiteren, schon bei der Erörterung des Falles Nr. 6 nahegelegten Grundsatz zu Hilfe nimmt, der, als Wegscheide gefaßt, folgendermaßen geformt werden kann:

19. Zur transmentalen Existenz eines Materiestücks ist

a) erforderlich,

b) nicht erforderlich,

daß es in jedem transmental existierenden Augenblick einen Raumteil „erfülle“.

Weyls „Satz Nr. 2“ würde sich dann nach Form und Sinn in der Weise umwandeln, daß darin statt des Wortes „bestimmt“ gesetzt würde: „jeder“ Zeitmoment.

Ist im vorstehenden behufs Ableitung des Begriffs „Bewegung“ Entbehrliches und Unentbehrliches gekennzeichnet worden, so bleibt noch die wichtige Frage, ob das Unentbehrliche für den Zweck denn auch schon genüge, und wenn es wirklich genügen sollte zur Ableitung des „Bewegungs“begriffs, so würde sich noch weiter fragen, ob es auch hinreiche zur Ableitung seines Korrelats, nämlich des Begriffs

„Weg“.

Das Wort „Weg“ bezeichnet einen Arbeitsbegriff, bei dem gerade das mehrfach betonte „Zwischen“ ganz in den Vordergrund tritt, und zwar in einer anderen, als der vorhin erwogenen Auffassung. Kam vorhin, worauf ich schon hinwies, das Dazwischentreten eines Existenzverlustes für das „Materiestück M“ in Frage, so handelt es sich bei der Herleitung des Begriffs „Weg“ um die Abwehr des Existenzverlustes für die transmentalen „Zeitmomente Z“ und „Raumteile R“. In Betracht zu nehmen ist nämlich sowohl ein Zwischen-„Weg“ von Augenblick zu Augenblick, wie ein solcher von Ort zu Ort. Ersterem [illegible]bt man häufig den Sondernamen „Verlauf“, letzterem den Namen „Bal[illegible]“. Für beide sind spezielle Existenzfragen und anschließende Wegsche[illegible]n aufzustellen; denn man erkennt leicht, daß die bezüglich der A[illegible]n-

blicke und der Orte bislang vorgeführten Grundsätze für sich allein noch nicht genügen, um die

transmentale Existenz von **Wegen**

sicherzustellen. Solche Existenz der Augenblicke und Orte liefert ja, wenn man weiter nichts als den Begriff der **Mehrheit** (wie es im früheren geschah) hinzunimmt, für beide Etwasse sozusagen bloß Existenz**blitze**, aber noch keine Existenz**dauer**, liefert keinen „Verlauf“, keine „Bahn“. Hinzukommen muß der unter Nr. 14 schon angeführte Begriff des „Kontinuums“ oder der „Stetigkeit“ [1]). Dadurch fügen sich an 4 b und 12 b zwei neue Wegscheiden an, nämlich:

20. Die auf transmentalem Gebiet existierenden voneinander verschiedenen Augenblicke bilden
    a) eine kontinuierliche,
    b) nicht eine kontinuierliche Mannigfaltigkeit.

Und sodann als 21 a und b die entsprechende Wegscheide bezüglich der Orte.

Hiernach kann man versuchen, den Arbeitsbegriff

„**Bewegung**“

folgendermaßen zu definieren: Unter einer „Bewegung“ im **physikalischen** Sinne des Wortes ist zu verstehen die bei einem kontinuierlichen Wechsel von transmental existenten **Augenblicken** stattfindende Veränderung [2]), die darin besteht, daß ein und dasselbe **Materiestück** ohne Dazwischentreten eines Existenzverlustes und

---

[1]) In der „Mengenlehre“ gibt es eine Definition der „Stetigkeit“, welche aussagt: Eine Menge heißt stetig, wenn sie überall dicht, d. h. so beschaffen ist, daß zwischen ihrem ersten und letzten Element kein Schnitt geführt werden kann, durch den eine „Lücke“ oder ein „Sprung“ entstände, mit anderen Worten: ein Schnitt, der bewirkte, daß der erste Teil der Menge ein letztes oder der **zweite** Teil ein erstes Element bekäme oder daß beides der Fall wäre (vgl. **Hessenberg**, „Mengenlehre“ in **Auerbach-Rothes** Taschenbuch, Leipzig 1913, S. 73). Von dieser Definition aber sehen wir hier ab, weil mit dem Begriff des ersten und letzten Elementes zugleich der Begriff des **Zählens** verbunden ist, den wir mit Absicht bisher noch ganz aus dem Gesichtsfelde gelassen haben. Vielmehr wollen wir „Kontinuum“ und „Stetigkeit“ als „**Grundbegriffe**“ verwenden, wie auch **Weyl** es tat, als er aus dem „Bewußtseins**strom**“ sein „dauerndes Jetzt“ herausschöpfte (vgl. S. 27 f.). Bezüglich des Raumes läßt er es übrigens a. a. O., S. 87 noch in etwa dahinstehen, ob er eine kontinuierliche oder eine diskrete Mannigfaltigkeit bilde.

[2]) [illegible]**ristoteles** und viele nach ihm, namentlich Scholastiker, ordnen jed[illegible]änderung dem Begriff der „Bewegung“ unter. Näheres unter anderen bei [illegible]**ler**, Wörterbuch I, S. 171 ff. und bei **A. Müller**: „Die geschichtliche Ent[illegible]elung des **Bewegungs**begriffs“, Naturwissenschaftliche Wochenschrift 191[illegible] [illegible]73 bis 379.

Existenzbeginns in einer transmental existenten kontinuierlichen Mannigfaltigkeit von Raumteilen den „erfüllenden" Aufenthalt (das raumerfüllende Dasein) wechselt.

Im Anschluß daran kann ferner definiert werden: Unter dem

„Zeitverlauf bei einer Bewegung"

ist zu verstehen die gesamte kontinuierliche transmentale Mannigfaltigkeit von Augenblicken, welche zwischen denjenigen beiden Augenblicken liegt, durch die der ursprüngliche und der schließliche Zustand der mit dem Namen „Bewegung" bezeichneten Veränderung gekennzeichnet ist.

Unter dem

„Weg" oder der zurückgelegten „Bahn"

ist zu verstehen die gesamte kontinuierliche transmentale Mannigfaltigkeit von Orten, die ein in Betracht genommenes Materiestück zwischen dem ursprünglich erfüllten und dem schließlich erfüllten „Raumteil" im Zeitverlauf seiner Bewegung „erfüllt" hat.

C. Zu erwägen dürfte nun noch sein, wie die vorstehenden drei Begriffsableitungen sich zu den mannigfachen, bisher schon in Form von Wegscheiden aufgestellten Grundsätzen verhalten; und zwar erstens zu denen, bei welchen es sich um die Disjunktion: „intra- oder transmental" handelt, zweitens um diejenigen, die sich auf den Gegensatz „absolut-relativ" beziehen.

Betreffs der ersteren ist bereits durch die Hervorhebung des „physikalischen Sinnes", in welchem das Wort „Bewegung" aufgefaßt wird, und durch die Betonung der „transmentalen Mannigfaltigkeit" erkennbar, daß die Grundsätze 1b, 4b, 10b, 12b und 18b[1]) als Fundament zu gelten haben. Der ausdrückliche Hinweis hierauf scheint mir nützlich wegen eines mitunter vorgekommenen Fehlers, der darin besteht, daß man jene Grundsätze von vornherein alle oder zum Teil umstieß, nachher aber die genannten Begriffe — und zwar in transmentaler Auffassung — trotzdem und ohne gehörige Ableitung, ohne irgend einen hinlänglichen Berechtigungsnachweis wieder benutzte. Häufig wird der Fehler auch in der Weise begangen, daß man die in Rede stehenden Begriffe zunächst harmlos als allgemein übliche, handgreifliche, selbstverständliche Dinge vorführt und in vielerlei Gedankengängen wie ein gegebenes Material verwendet, hinterher aber angesichts des gewaltigen Raumzeiträtsels ihre Wurzeln, nämlich die

[1]) Hierzu sei bemerkt, daß zur Bequemlichkeit des Lesers alle benutzten „Grundsätze" und „Wegscheiden", ebenso wie die hervorgehobenen Grund- und Arbeitsbegriffe am Schlusse des Buches in einer geordneten Reihe nochmals zusammengestellt sind.

erwähnten Grundsätze, zerstört und bei den erwähnten „Wegscheiden“ in die entgegengesetzten Bahnen einlenkt, **ohne dabei zu untersuchen**, ob die vorher benutzten Begriffe dann überhaupt noch Halt und Sinn haben. Die Logik fordert, daß jemand, der bei den oben aufgezählten Wegscheiden die a-Straßen einschlägt, **auf dieser seiner Grundlage** auch die Begriffe: Bewegung, Zeitverlauf und Wegbahn **aufbaue**, wenn er sie benutzen will.

Zweitens kommt der Gegensatz „absolut-relativ“ in Frage, also die Wegscheiden 5, 8, 11, 13, 17. — Bei der Wahl der a-Straßen gelten „Augenblicke“ und „Orte“ sowie auch deren „Mehrheit“ und „Mannigfaltigkeit“ als „absolute“ Etwasse. Daher nehmen auch die genannten drei Begriffe, insofern sie auf diesen Stützen ruhen, teil an derselben Unabhängigkeit. Wer hingegen die b-Straßen wählt, macht seine Schlüsse bezüglich der Augenblicke und ihrer Mannigfaltigkeit, bezüglich der Orte und deren Mannigfaltigkeit und damit auch das Geschehnis irgend einer ins Auge gefaßten „Bewegung“, den „Zeitverlauf“ und die „Wegbahn“ **abhängig** von einem **anderweitigen** Sein oder Geschehen.

Ganz besonders kommt hierbei nun noch das in Betracht, was sich an den mehrfach betonten Begriff des „**Zwischen**“ anknüpft. Um die Aufhellung dieses in vieler Hinsicht wichtigen Begriffs haben sich die Mathematiker, namentlich M. **Pasch** in seinen „Vorlesungen über die neuere Geometrie“, Leipzig 1882, große Mühe gegeben[1]). **Weyl** nimmt (S. 11) bei Ableitung des Begriffs „zwischen“ die „gerade Linie“ zu Hilfe und sagt: „Sie zerfällt durch einen beliebigen ihrer Punkte A in zwei Teile, zwei Halbgerade. Gehören B und C je einem dieser beiden Teile an, so sagt man, A liege zwischen B und C.“ Der genaue Sinn des Ausdrucks „gerade Linie“ wird dabei als bekannt vorausgesetzt[2]).

Hessenberg leitet den Begriff „zwischen“ aus dem allgemeinen **Ordnungsprinzip der Mengen** ab und erklärt: „Sind x, y, z Elemente oder Teile von [der Menge] M, und ist $x < y < z$, so liegt y

[1]) Vgl. daneben noch: **Dedekind**: „Stetigkeit und irrationale Zahl“, 4. Aufl., Braunschweig 1912, S. 7 f.; **Hessenberg**, a. a. O., S. 72; **Hilbert**: „Grundlagen der Geometrie, 3. Aufl. 1909, S. 4; **Isenkrahe**: „Das Endliche und das Unendliche“, Münster 1915, S. 102 f.; **Wellstein**: „Enzyklopädie der Elementargeometrie“, Leipzig 1905, S. 26 f. Ferner **Herbart**: „Lehrbuch der Psychologie“, 3. Aufl., herausgegeben von **Hartenstein**, Leipzig 1850, S. 59.

[2]) Kurz vorher hieß es nämlich bei **Weyl**: „Ihre [der geraden Linie] Ei entümlichkeit ist, daß sie durch zwei ihrer Punkte bestimmt ist; jede an ere Linie kann noch unter Festhaltung zweier ihrer Punkte durch kongr ente Abbildung in eine andere Lage gebracht werden... Kinematisch au gedrückt kommt das darauf hinaus, daß wir die gerade Linie als Rotationsac se auffassen.“

»zwischen« x und z und heißt »inneres« Element von M, bzw. ein »beschränkter« oder »innerer« Teil von M." Dabei ist das Symbol $<$ nicht in dem engeren Sinne von „kleiner als" aufgefaßt, sondern bedeutet (meist auch als Winkel mit gekrümmten Schenkeln gedruckt) irgend eine Abmachung über ein asymmetrisches Ordnungsprinzip. Als ein solches ist die Vorstellung der beiden Hälften einer Geraden hier einstweilen unverwendbar; dagegen können wir sehr wohl das „früher-später" beim „Zeitverlauf einer Bewegung" benutzen. Augenscheinlich ist diese Benutzung aber abhängig von der Wahl, die bei der Wegscheide 9 getroffen wird. Wer die Straße 9a einschlägt, hat ein absolutes „früher-später", und damit auf Grund von Hessenbergs Formel für den ganzen Zeitverlauf bei der Bewegung ein absolutes „Zwischen" in der Hand. Wer sich aber auf die Straße 9b begibt und damit die „Ordnung" der Zeitpunkte „relativiert", hat auch über das „Zwischen" keine Gewalt und kann mit diesem Begriff nicht exakt arbeiten, wenn er nicht die Bezugsetzung zu dem fraglichen „X" zuvor auf eindeutige Weise festgelegt hat.

Um die Folge einer Relativierung des temporalen Ordnungsprinzips an einem Beispiel zu zeigen, sei an die Anmerkung von S. 39 und an die dort wiedergegebene Stelle angeknüpft, wo Weyl (S. 220) von dem möglichen Falle spricht, daß „eine Weltlinie, obschon sie in jedem Punkte zeitartige Richtung besitzt, in die Nähe eines Weltpunktes **zurückkehrt**, den sie schon einmal passierte".

Bei der „Rückkehr" zu einem solchen Weltpunkt muß — so unvorstellbar das sein mag für jemand, der sein Denken an den absoluten Zeitverlauf gewöhnt hat — „früher und später" mit seinem verschiedenartigen Zubehör von Begebenheiten und Zuständen auf ein und dasselbe Jetzt zusammenfallen. — Und wenn die erwähnte „Weltlinie", die zu solcher „Rückkehr" geführt hat, ihre „zeitartige Richtung" noch etwas weiter verfolgt, so kann die Ordnung „früher-später" sich sogar umkehren und das Spätere zum Früheren machen. Dann ergeben sich Folgerungen, wie Weyl sie beschreibt mit den Worten:

„Es ist hier [in der »allgemeinen Relativitätstheorie«] an sich sehr wohl möglich, daß ich jetzt Ereignisse mit erlebe, die zum Teil erst eine Wirkung meiner künftigen Entschlüsse und Handlungen sind."

Als ein anschaulicher Fall von „Relativierung" ließe sich folgender ausklügeln: Die Ordnung „früher-später" soll „bezogen" werden auf die Richtung, nach welcher der Hahn des Kirchturms steht. Zeigt er mehr nach Süd, Südost oder Südwest, so ist die Geburt das Frü[illegible]re, der Tod das Spätere, was dem Menschen zustößt. Zeigt der [illegible]hn hingegen mehr nach Nord, Nordost oder Nordwest, so verhält die S[illegible]he sich umgekehrt. Der „Ordnungstypus" der Augenblicke ist r[illegible]iv

zur Stellung des Hahnes oder, wie man auch sagen kann, zum „Azimut" seiner Blickrichtung. Ein noch krasseres Beispiel wäre der Gedanke, daß ein Soldat heute verwundet werden könnte durch einen Schuß, der morgen erst abgefeuert wird. Und wenn jemand die Sache auf die Spitze treiben wollte, würde er vielleicht einen Selbstmörder zum Exempel wählen und sagen: der Mann stirbt „jetzt" an dem Gift, das er nächstens nehmen wird; damit „erlebt er die Wirkung seines künftigen Entschlusses". — Die Verwunderlichkeit solcher Dinge braucht nicht hervorgehoben zu werden. Deutlich ersieht man aber daraus, wie der Weg 9b zu der schon erwähnten Notwendigkeit hinführt, bei jeder in Betracht genommenen „Bewegung" das fragliche X und die Art der Bezugsetzung zu ihm genau klarzulegen, ehe über den entsprechenden Zeitverlauf ein zuverlässiges Ergebnis vorgewiesen werden kann.

Nach dem „Zeitverlauf" ist nun noch die „Wegbahn" unter dem Gesichtspunkt des „Zwischen" in Betracht zu nehmen. Wie zu jenem, so verhilft Hessenbergs Formel auch zu dieser, wenn man den Grundsatz 19a zu Hilfe nimmt. Denn dann gehört zu jedem Zwischenmoment auch ein von dem bewegten „Materiestück" erfüllter Zwischenort, und der kontinuierliche Zeitverlauf liefert durch „eineindeutige Zuordnung" sofort die entsprechende Wegbahn, ohne über letztere natürlich irgend etwas weiteres auszumachen, als daß sie kontinuierlich ist — worauf es hier ja auch einzig ankommt. Die Erörterung anderer Eigenschaften des Zwischenliegenden muß dem Folgenden vorbehalten bleiben.

VII. Die Probleme der Grenze, der Dimension, der Krümmung und der Strecke.

Übersicht.

A. Weyls Auffassung der Augenblicke als Grenzen. — Wichtigkeit des Grenzbegriffs. — Die ursprüngliche und die übertragene Sinnunterlegung des Wortes „Grenze". — Beiziehung weiterer Grundbegriffe. — Definition des Grenzbegriffs. — Aristoteles. — Zwei Sätze Killings. — Meine Formulierung der Definition.

Zusammenhang zwischen den Begriffen „Grenze" und „Dimension". — Weyls Erklärung des Begriffs „Vektor". — Was heißt „Verschiebung des Raumes"? — Die „Vektormannigfaltigkeit". — Killings Feststellung der Anzahl von Dimensionen mit Hilfe des Grenzbegriffs. — Vier- und mehrdimensionale Kontinua.

C. Zusammenhang des Begriffs der „Krümmung“ mit dem der „Richtung“. — Benutzung des Begriffs „Richtung“ als Grundbegriff. — Die Auffassung von Haas. — Wegscheiden Nr. 22, 23 und 24. Zwei Fassungen von 24a. Hinweis auf gewisse Komponenten des „Energietensors“. — Definition der „Geraden“. — Wie Weyl die Gerade definiert. — Ableitung des Begriffs der Krümmung.

D. Nachprüfung der Begriffe „Richtung“ und „Richtungswechsel“. — Das Problem des Augenblicks und das des Ortes als Kern der Raum- und Zeitfrage. — Der Begriff der Strecke. — Seine Abhängigkeit vom Begriff des „zwischen“. — Die Begriffe „Entfernung“ und „Abstand“ bedürfen, sobald die Relativitätstheorie Euklids „ebenen“ und Newtons „absoluten“ Raum verabschiedet, einer neuen, besonderen Definition, um nicht sinnleer zu werden.

A. An diesen Problemen sind Zeit und Raum zugleich beteiligt. Weyl schreibt darüber unter anderem (S. 6 bzw. 11. Die wichtigeren Worte unterstreiche ich):

„Je zwei Zeitpunkte AB, von denen A der frühere ist, begrenzen eine Zeitstrecke, in sie hinein fällt jeder Punkt, der später als A, früher als B ist.“

Es werden hier also die Zeitpunkte (Augenblicke) A und B als „Grenzen“ einer Zeitstrecke benutzt. Bezüglich des Raumes heißt es dann:

„Führen wir für die Punkte der Geraden die Gleichheit $AB = A'B'$ durch die Erklärung ein: sie besagt, daß AB durch eine Translation der Geraden in $A'B'$ übergeht, so finden hinsichtlich dieses Begriffs die gleichen Umstände statt, wie sie für die Zeit galten.“

Hiernach ist anzunehmen, daß auch die Raumpunkte (Orte) A und B als „Grenzen“ einer räumlichen „Strecke“ aufgefaßt werden. Somit steht der Begriff der zeitlichen und räumlichen „Strecke“ in einer gewissen Abhängigkeit von dem ihm als Unterlage dienenden, überaus wichtigen Arbeitsbegriff der

„Grenze“.

Doch nicht bloß als Überleitung zur „Strecke“ tritt die große Bedeutung des „Grenz“-Begriffs hervor, sondern noch in mehrfach anderer Weise, so z. B. bei der bekannten und auch für die Relativitätstheorie belangreichen Frage, ob der Raum zwar unbegrenzt, aber nicht unendlich sei. Seitdem dieser Gedanke in Riemanns berühmter Habilitationsschrift 1854 veröffentlicht wurde, haben sich zahlreiche und immer noch nicht abgeschlossene Diskussionen daran angeknüpft. Auch manche Mißverständnisse, die nicht zum wenigsten durch den widerspruchsvollen Wortlaut der Aussage hervorgerufen worden sind. Denn wer bei einem Objekt das Vorhandensein von „Grenzen“ leugnet, hat damit ipso facto auch das Vorhandensein von „Enden“ verneint, weil

der Begriff „Ende“ (zugleich mit dem korrelativen Begriff „Anfang“) vom Begriff „Grenze“ umfaßt wird. Wo „Ende“, da ist auch „Grenze“, und was ohne „Grenze“, ist auch ohne „Ende“. Die befriedigende Lösung des Riemannschen Paradoxons besteht darin, daß in dem fraglichen Satze zwar das Wort „Grenze“ in seinem ursprünglichen, hingegen das Wort „Ende“ in einem übertragenen, nämlich im „kausal metonymischen“ Sinne gebraucht ist. Bei einem derartigen Wechsel der Sinnunterlegung einzelner Worte enträtselt sich manches Paradoxon auf einfache Weise. Wird man beispielsweise einen Widerspruch darin finden, daß Menzel ein kleiner Mann und dabei ein großer Maler war, trotzdem „Maler“ auch „Männer“ sind? — Das „Groß“-sein des Malers besteht, der Metonymie entkleidet, in seiner hervorragenden Kunst. — So braucht auch in Riemanns Satz das metonymische „unendlich“ nur durch einen prägnanten Ausdruck ersetzt zu werden, dann verliert er den Schein des Widerspruchs und lautet: Der Raum ist (nicht „unendlich“, sondern ist) durch eine passend gewählte Einheit ausmeßbar ohne Überrest, hingegen das, was bei einem ausgedehnten Objekt „Grenze“ heißt, fehlt ihm (und deshalb ist er „unbegrenzt“)[1]).

Auf den Begriff des „Messens“ und die damit verknüpften Begriffe „endlich“ und „unendlich“ einzugehen, ist hier noch nicht der Ort, wohl aber müssen wir uns mit dem Begriff der „Grenze“ näher beschäftigen, weil er den — ja auch von Weyl benutzten — Übergang bildet zum Begriff der Strecke, sowie — im Anschluß an einen Gedankengang Killings — zum Begriff der Dimension.

Wie soll man den Arbeitsbegriff „Grenze“ definieren?

Er steht in einem sehr engen Zusammenhang mit dem Begriff „Teil“, und man könnte zweifeln, ob es richtiger sei, den ersteren mit Hilfe des letzteren zu erklären oder umgekehrt. Nun ist aber, wie ich im zweiten Kapitel des erwähnten Buches eingehend dartat, der Begriff der „Grenze“ sehr umstritten und deshalb zur Aufstellung als „Grundbegriff“ wenig geeignet. Förderlicher für eine klare Elementaranalyse dürfte es daher wohl sein, ihm eine genaue Definition unterzulegen. Zu diesem Zweck sollen vorab in die Reihe der zu benutzenden Grundbegriffe eingeführt werden:

20. Das Ganze, der Teil, teilen.

21. Enthalten, umfassen, zusammenfassen.

---

[1]) Ausführliches darüber im dritten Kapitel meiner vorerwähnten Schrift über „das Endliche und das Unendliche“. Auch im folgenden wird noch die Rede darauf kommen.

Aristoteles ist meines Wissens der erste gewesen, der eine Definition des Begriffes „Grenze" (Metaph. V, c. 17, 1002a) aufgestellt hat mit den Worten:

„*Πέρας λέγεται τὸ ἔσχατον ἑκάστου καὶ οὗ ἔξω μηδὲν ἔστι λαβεῖν πρώτου, καὶ οὗ ἔσω πάντα πρώτου*".

Rolfes übersetzt: „Grenze heißt das Äußerste eines Dinges, das, außerhalb dessen nichts von ihm zu finden ist, und innerhalb dessen alles von ihm sich befindet, beide Male das Äußerste im ursprünglichen Sinne genommen" [1]). — Bezüglich mehrerer späteren Definitionen kann ich mich auf meine eben erwähnten Darlegungen berufen.

Killing hat die Sache wesentlich dadurch gefördert, daß er den Begriff der „Grenze" von der Beschränkung, stets nur auf ein Einzelding, nämlich auf das Aristotelische *ἕκαστον* bezogen zu werden, befreite und die gemeinschaftliche Grenze mehrerer Dinge zum Objekt der Betrachtung machte. Hierdurch wurde sie zwar vom Einzelding keineswegs losgelöst, dabei aber hineingestellt in ein Allgemeingebiet, und zwar als ein Gebilde von ganz besonderer Natur. Und an diesen Gedanken Killings anknüpfend, stellte ich eine Definition auf, worin ausgesagt wird, die „Grenze" sei ein Gebilde, das in irgend einem Seins- oder Vorstellungsgebiete enthalten ist, und zwar in der eigenartigen Weise, daß es zwei Teilbereichen dieses Allgemeingebietes zugleich angehört, aber weder von jenem „Gebiet", noch von den beiden „Bereichen" einen Teil ausmacht [2]).

Wie man sieht, beruht diese Definition auf dem wesentlichen Sinnunterschied zwischen den Aussagen „enthaltensein in" und „einen Teil ausmachen von". Dieser Unterschied ist begründet in einer Denknotwendigkeit, die Killing im zweiten Bande seiner „Einführung in die Grundlagen der Geometrie" (Paderborn 1898, S. 227 f. Vgl. dazu „Endl. u. Unendl.", S. 16) ausspricht in dem Satze: „Wir dürfen jedesmal nur Gebilde gleicher Ordnung, also von gleicher Anzahl von Dimensionen, zusammenstellen; nur von solchen Gebilden dürfen wir aussagen, daß sie Teile eines einzigen Gebildes sind".

Kürzer läßt dieser Gedanke sich ausdrücken mit den Worten: „Beim »Teilen« bleibt die Dimensionenzahl unverändert."

Ganz anders aber verhält sich die Sache bei der „Grenzsetzung". Über diese heißt es bei Killing: „Wenn irgend eine Raumf m *n* Dimensionen hat, so hat ein darin enthaltenes Grenzgebilde *m* ter d-

[1]) Vgl. „Philos. Jahrbuch" 1917, S. 83.

[2]) Vgl. „Das Endliche und das Unendliche", S. 19.

nung **nicht** n, sondern nur $n - m$ Dimensionen." Kurz gesagt: „Bei der Grenzsetzung **vermindert** sich die Dimensionenzahl." Darum bildet es bei Objekten, die einen Unterschied von „Dimensionen" erkennen lassen, ein scharfes Kennzeichen der „Grenzgebilde", daß sie „**keinen Teil ausmachen**" können, weder vom „Allgemeingebiet", noch von dessen „Teilbereichen". Das unüberwindliche Hindernis ist die verminderte Dimensionenzahl. Nicht aber behindert — und das ist ein zweites Begriffsmerkmal für die „Grenzgebilde" — wird dadurch das „Enthaltensein in".

B. Der kennzeichnende Umstand, daß bei der „Grenz"-Setzung sich die Dimensionenzahl vermindert, gibt, wie man sofort bemerkt, ein taugliches Mittel an die Hand, um bei irgend einem vorgeführten Allgemeingebiet die ihm zukommende Dimensionenzahl mit aller Schärfe festzustellen. Zu diesem Zweck braucht man nämlich nur den unter Nr. 14 aufgeführten Grundbegriff der „stetigen Ausdehnung" zu Hilfe zu nehmen und den Arbeitsbegriff:

„**Dimension**"

zu definieren als eine solche Art und Weise der stetigen Ausdehnung eines Allgemeingebietes, die von keiner etwaigen anderen Ausdehnungsweise desselben Gebietes abhängig ist[1]). Dann ergibt sich in Rücksicht

[1]) In populärer Ausdrucksweise kann man sagen: Vergrößern, verkleinern, abschätzen läßt sich die **Länge** eines Gegenstandes unabhängig von dessen **Breite**, beide unabhängig von dessen **Höhe**, und alle drei unabhängig von dessen **Dauer**. — **Weyl** erörtert (S. 14 ff.) den Begriff der „Dimension" auf Grund einer vorläufigen Erklärung des Begriffs „Vektor", welche lautet: „Eine Translation oder Verschiebung $\mathfrak{a}$ des Raumes [!] wollen wir bis auf weiteres als einen **Vektor** bezeichnen". Der Ausdruck „Verschiebung des Raumes" ist mißverständlich. Derjenige „Raum", der überhaupt eine „Verschiebung" erlitten hat, muß sich doch **unterscheiden** von dem, der **keine** erlitt. Worin besteht denn aber der Unterschied beider? — Beim **nicht** „verschobenen Raume" braucht keine Änderung eingetreten zu sein, beim „verschobenen" hingegen muß — als Wirkung des Verschiebens — sich etwas geändert haben. Was denn? — Seine „Stelle im Raume". — In welchem Raume? Etwa im „verschobenen Raume" selber? — Ich finde den Gedanken, daß ein Raum als Ganzes seine „Stelle" **in ihm selber** geändert habe, unvollziehbar. Wenn daher gesagt wird, ein Raum werde „verschoben", so ist damit die Vorstellung verbunden, der „verschobene" habe seine „Stelle" gewechselt in einem **ihm übergeordneten Raume** (während etwa ein benachbarter **nicht** verschobener Raum seine dortige „Stelle" beibehalten habe). — Eine andere Ve[illegible]schaulichung des Gedankens wäre folgende den **Riemannschen** mehrblä[illegible]rigen Ebenen ähnliche: Man denkt sich, jeder Raumpunkt sei ein **Doppelpu**[illegible], bestehend aus einer festen Unterlage und einem verschiebbaren Deckel. W[illegible] „verschoben" werde, sei das Punktkontinuum aller **Deckel**, so daß jeder De[illegible] eine neue Unterlage bekommt. Diese Verschiebung wäre dann das-

auf die erwähnte „Verminderung“, daß die Gesamtabnahme der Dimensionenzahl bei der Null aufhören muß[1]). Man legt also in das zu prüfende Allgemeingebiet A_1 ein Grenzgebilde G_1 hinein. Ist nun G_1 noch ein ausgedehntes Etwas, so kann es die Rolle eines Allgemeingebietes A_2 übernehmen und läßt die Einlagerung eines neuen Grenzgebildes G_2 zu. Ist auch dieses ausgedehnt, so kommt man zu A_3 und G_3, und solches Verfahren läßt sich fortsetzen, bis man zu einem Grenzgebilde G_n kommt, welches unausgedehnt ist, also nicht mehr als Allgemeingebiet A_{n+1} dienen kann und die Einlagerung eines Grenzgebildes G_{n+1} nicht mehr gestattet. Dann ist entschieden, daß dem Allgemeingebiet A_1 genau n Dimensionen zukommen.

Dies die Art, wie Killing die Anzahl der Dimensionen mit Hilfe des „Grenzbegriffs“ eindeutig festgelegt hat. Seine Methode ist eine rein auf den Begriff der **Ausdehnung** gestützte und insofern eine unmittelbare, als sie — im Gegensatz zu derjenigen, welche die Anzahl der Dimensionen aus der Vielheit der zur Festlegung eines Punktes nötigen **Abmessungen** herleitet — kein Koordinatensystem, keine Koordinaten, und überhaupt nicht den Begriff des **Messens** und des **Abzählens von Maßeinheiten** verwendet.

Nun aber: Erweist diese Methode sich für die von unserem „Bewußtseinsstrom“ umfaßten Allgemeingebiete, denen wir „Ausdehnung“ zuschreiben, denn auch brauchbar?

Legen wir in die „Zeit“ ein Grenzgebilde hinein, so heißt dieses „Augenblick“. Beachten wir dann den Augenblick als ein in keiner Hinsicht ausgedehntes Etwas, so verträgt er die Einlagerung eines

---

jenige, was Weyls „Translation des Raumes“ ausmache, und was er mit dem Namen „Vektor“ bezeichnet. — Betreffs der „Unabhängigkeit“ der „Translationen“ oder „Vektoren“ führt Weyl aus: „Eine endliche Anzahl von Vektoren $e_1, e_2, e_3 \ldots e_h$ heißt linear unabhängig, wenn $\xi_1 e_1 + \xi_2 e_2 + \cdots \xi_h e_h$ nur dann $= 0$ ist, falls sämtliche Koeffizienten ξ [das sind unbenannte Zahlen] verschwinden. Unter dieser Voraussetzung bilden ... die sämtlichen Vektoren ... eine h-dimensionale lineare Vektormannigfaltigkeit, und zwar diejenige, welche von den Vektoren $e_1 e_2 \ldots e_h$ »aufgespannt« wird.“ — Das Bild des „Aufspannens“ macht die Sache anschaulich. Ein Vektor spannt eine Gerade, zwei eine Ebene, drei den Euklidischen Raum auf, und die Maßzahl ξ jedes Vektors muß einzeln, unabhängig von den Maßzahlen anderer Vektoren verschwinden, wenn die ganze Mannigfaltigkeit verschwinden soll. Das hängt auch zusammen mit der algebraischen Tatsache, daß zwischen h variablen Größen nur h voneinander unabhängige Gleichungen bestehen können.

[1]) Der Begriff einer „negativen Dimension“, den Weyl mehrfach, u. a. S. 28, 135, 174 im Anschluß an gewisse mathematische Formeln erwähnt, ist mit der hier angegebenen, auf Killing gestützten Sinnunterlegung des Wortes „Dimension“ augenscheinlich unvereinbar.

neuen Grenzgebildes nicht, und so ergibt sich die „Zeit“ als ein eindimensionales Allgemeingebiet. — Der Euklidische Raum weist drei aufeinanderfolgende Grenzeinlagerungen: Ebene, Gerade, Punkt auf, womit seine Dreidimensionalität dargetan ist. Vereinigt man mit Minkowski Zeit und Raum zu dem Allgemeingebiet des „Weltgeschehens“, so hört sowohl der Zeit- als der Raumpunkt auf, ein unausgedehntes Etwas zu bilden. Vielmehr ist in einem „punktuell ins Auge gefaßten Zeitelement“ das Weltgeschehen noch ausgedehnt, und zwar durch das ganze Kontinuum des Weltraumes hindurch, und andererseits ist es an einem punktuell ins Auge gefaßten „Ort“ noch ausgedehnt durch das Kontinuum der Weltzeit hindurch. Die endgültig letzte „Grenzsetzung“ muß dann bestimmt und eindeutig das erfassen, was durch Festlegung eines Raumpunktes zugleich mit einem Zeitpunkt unverwechselbar gekennzeichnet ist. Demgemäß ergibt sich das Allgemeingebiet namens „Weltgeschehen“ als ein vierdimensionales[1]).

Bedeutet das den Schluß? — Gibt es nicht etwa noch fünfdimensionale Allgemeingebiete?

Ob dies der Fall oder nicht der Fall sei, kann man davon abhängig machen, ob unser dreidimensionaler Raum für sich allein und ob unsere eindimensionale Zeit für sich allein, bzw. ob das „Weltgeschehen“ insgesamt nicht etwa selber wieder in der Rolle und Eigenschaft eines „Grenzgebildes“ eingebettet ist in ein umfassenderes mehrdimensionales Allgemeingebiet. Sobald das als Tatsache erkannt würde, wären wir genötigt, die Anzahl der in Betracht zu nehmenden „Dimensionen“ wiederum um eine Einheit zu erhöhen. Vielleicht haben, vielleicht gewinnen wir noch Mittel zur Feststellung solchen Sachverhalts. Hier müssen wir dies dahinstehen lassen[2]).

C. Weyl hat den Grenzbegriff benutzt zur Ableitung des Begriffs „Strecke“. Um auf einem sicher gelegten Boden dahin zu gelangen, erscheint es jedoch dienlich, vorerst den Begriff der „Krümmung“ zu besprechen. Denn zur unverwechselbaren Bestimmung einer „Strecke“ ist, wie man leicht findet, außer den zwei Grenzsetzungen noch eine Abmachung über die Beschaffenheit des „Zwischen“ erforderlich; für

---

[1]) Weyl schreibt (S. 140): „Die Weltpunkte bilden eine vierdimensionale Mannigfaltigkeit; das ist vielleicht die sicherste Tatsache unseres gesamten Tatsachenwissens.“

[2]) Vgl. hierzu den Artikel von Arthur Haas über „die Physik als geometrische Notwendigkeit“ in den „Naturwissenschaften“ 1920, wo auf S. 126 zwar auch von der Beziehung der vierdimensionalen zu einer (meinerseits schon in „Das Endl. u. d. Unendl.“, S. 45 beigezogenen) fünfdimensionalen Mannigfaltigkeit die Rede ist, aber nicht von ihrer damit in allernächster Verbindung stehenden Beziehung zum Grenzbegriff.

die letztere aber erscheint gerade der Begriff der „Krümmung“ von sehr erheblicher Bedeutung. Seine Definition läßt sich unter Beihilfe der Grundbegriffe Nr. 3 und 5 auf den als Nr. 19 schon angeführten Grundbegriff der „Richtung“ [1]) aufbauen. In bezug auf diesen ist vorerst — ebenso, wie früher bezüglich der „Augenblicke“ und der „Orte“, sowie deren „Mehrheit“ — die Festlegung einiger Grundsätze durch kontradiktorische Disjunktion notwendig. Zunächst nämlich muß entsprechend den Scheidewegen 1, 10 und 18 getrennt werden:

22. Das Wort „Richtung“ bedeutet ein Etwas von
   a) lediglich intramentaler,
   b) nicht lediglich intramentaler,
sondern sowohl intra- als transmentaler Geltung.

Was dabei die Individualität, Einzigkeit, Unverwechselbarkeit einer Richtung betrifft, so könnte diese erzielt werden genau in der Weise,

[1]) Den Begriff der „Richtung“ haben wir als einen „Grundbegriff“ benutzt, ihn also nicht definiert, sondern seinen Sinn für gegeben erachtet. Nun schreibt A. Haas im oben erwähnten Artikel auf S. 124 u. a.: „Nur in der ebenen Geometrie hat es einen Sinn, von Richtungen schlechthin zu sprechen; in jeder anderen krummlinigen Geometrie kann man nur von einer Richtung in einem bestimmten Punkte sprechen.“ Sodann wählt er als Beispiel eine recht kleine Nadel, die auf einem recht großen Globus fortgeschoben wird „in ihrer eigenen Richtung“, und die doch nach einiger Zeit eine andere Richtung besitzt. — Diesen Gedanken überhaupt zu vollziehen, würde jedoch schon ganz unmöglich sein für einen Menschen, dem der Begriff der Richtung nicht zuvor schon gegeben wäre! Ist er aber gegeben, und ist auch der Begriff „Punkt“ gegeben, so sehe ich kein Hindernis, diese beiden Begriffe, die einander keinesfalls widerstreiten, einfach miteinander zu verbinden. Und dann kann man in einer beliebigen „Geometrie“ sprechen von beliebig vielen „Richtungen“ an jedem beliebigen „Punkte“. — Durchaus eine andere Sache ist es, von der Beibehaltung bzw. Änderung der Richtung zu sprechen, die feststellbar bzw. nicht feststellbar ist bei gewissen **Grenzgebilden**, die irgend ein **Allgemeingebiet** zerlegen in ein „Hüben und ein Drüben“. Da kommt es sehr wesentlich darauf an, ob ein auf einem ausgewählten Grenzgebilde bewegter Punkt, um eine ausgewählte „Richtung“ beibehalten zu können, dasjenige Gebiet, in welchem er enthalten ist, verlassen muß oder nicht. Dies ist eine Angelegenheit, die sich in verschiedenen „Geometrien“ verschieden verhalten mag. — Der in der Schleuder befindliche Kieselstein Davids mußte im geeigneten Moment die Kreisbahn verlassen, um die Richtung nach Goliaths Stirn beibehalten zu können. Ebenso muß Haas' „Nadel“ den „Globus“ verlassen, um bei einer Verschiebung ihre „Richtung“ zu behalten. Solche Beispiele tasten aber den „Sinn“ des Grundbe[illegible]iffs „Richtung“ nicht an; sie hindern uns nicht, ihn als „Grundbegriff“ zu [illegible]er-wenden und festzuhalten. Viel erörtert ist die Beziehung des Begriffs [illegible]ler „Richtung“ zum Trägheitsgesetz, zum „Impulssatz“, zur Idee des „K[illegible]el-kompasses“, zum Foucaultschen Pendel und noch zu manchen anderen D[illegible]en, auf die hier nicht näher eingegangen werden kann.

wie es bei **Weyl** mit der Individualität des „Jetzt“ und des „Hier“ geschehen ist, nämlich durch besondere „Setzung“ oder „Aufweisung“. Und dann ließe sich auch die **Mehrheit** von Richtungen durch eine — die Identität vermeidende — **Wiederholung** dieses Aktes gewinnen. Man kann also dem bloßen „hier“ und dem „dort“ noch die Bestimmung beifügen: „**hierhin**“ und „**dorthin**“ (gerichtet), kann diese im „Bewußtsein“ vorfindlichen Erlebnisse mit **Weyl** „aus dem Bewußtseinsstrome herausreißen und ihren Gehalt sich als ein Objekt gegenüberstellen“.

Ob nun aber diese „Mehrheit“ solch ein Herausreißen und Umpflanzen auch verträgt, ohne dabei ins Nichts zu verschwinden, bildet — wie entsprechend früher — den Gegenstand einer neuen Frage, und so ergibt sich die Wegscheide:

23. Die als Bewußtseinserlebnis uns kundwerdende **Mehrheit von Richtungen** ist ein Etwas von
   a) lediglich intramentaler,
   b) nicht lediglich intramentaler,

   sondern sowohl intra- als transmentaler Geltung.

Die Straßen 22a und 23a scheiden, wie die ihnen parallel laufenden früheren „a-Straßen“, für das Gebiet der Physik aus. Demzufolge haben wir die b-Straße einzuschlagen und dann den Begriff der „Richtung“ mit denjenigen Begriffen zu kombinieren, die wir dort schon früher angetroffen und erörtert haben, also zunächst mit der Einheit und mit der Mehrheit von Zeit- bzw. **Raumpunkten**.

Die Vorstellung der Vereinigung eines Punktes P mit einer Richtung oder Direktion [1]) D ist uns in einer doppelten Anwendung geläufig, nämlich: eine Direktion D **von** P **her** und eine Direktion **nach** P **hin**, wobei P ebensowohl einen Zeit- als einen Raumpunkt bedeuten darf.

Faßt man sodann zwei verschiedene Punkte P_1 und P_2 ins Auge, so ergibt sich ein vierfaches D, nämlich die Direktion $D_{1\alpha}$ von P_1 **her**, $D_{1\beta}$ nach P_1 **hin**, $D_{2\alpha}$ von P_2 **her**, $D_{2\beta}$ nach P_2 **hin**. Diese vier Direktionen lassen sich zu je zweien vereinigen, indem wir $D_{1\alpha}$ mit $D_{2\beta}$ und $D_{1\beta}$ mit $D_{2\alpha}$ zusammenbringen. Dann haben wir kurz: D_{12} ist die Direktion von P_1 her nach P_2 hin, und D_{21} die Direktion von P_2 her nach P_1 hin [2]).

---

[1]) Das Wort „Direktion“ wird hier (als gleichbedeutend mit „Richtung“) nur deswegen beigezogen, um durch seinen Anfangsbuchstaben D eine kurze Bezeichnung zu ermöglichen. Der Anfangsbuchstabe R des Wortes „Richtung“ ist [n]ämlich als Symbol für „Raumpunkt“ bereits vorweggenommen.

Leicht sieht man, daß hier auch die Wegscheiden 8 und 16, die von der „symmetrischen“ bzw. „asymmetrischen Beziehung“ zwischen den betreffenden Punkten handeln, von durchgreifender Wichtigkeit sind. Auf den beiden a-Straßen haben D_{12} und D_{21} als voneinander verschiedene — und zwar wegen

Jetzt erweist sich nun wieder die Rücksichtnahme auf die „Relativitätstheorie“ notwendig, und diese zwingt uns zu der Wegscheide:

24. Jede der beiden transmental existierenden Richtungen vom Punkte P_1 nach P_2 und von P_2 nach P_1 ist ein Etwas, dessen Geltung
   a) unabhängig,
   b) abhängig
   ist von der Bezugnahme auf irgend ein sonstiges Etwas X, mag es sich bei diesem um eine Existenz oder um ein Geschehen handeln.

Der Weg 24b würde bis zum Nachweis der betreffenden Unbekannten X und ihres etwaigen Einflusses uns jeden Fortschritt verwehren. Wählen wir den anderen, so gewinnen wir einen klaren Grundsatz, der sich auch ausdrücken läßt in der Form:

24a. Eine „Richtung“ wird auf transmentalem Gebiet eindeutig gekennzeichnet durch zwei voneinander verschiedene Punkte und deren Reihenfolge.

Von hier aus lassen sich nun leicht die Begriffe: „gerade Linie“, „gebrochene Linie“ und „krumme Linie“ ableiten.

Wir postulieren für zwei solche „Richtungen“, die sich lediglich durch die Reihenfolge der kennzeichnenden Punkte unterscheiden, einen und denselben Besitzer und geben ihm den Namen „gerade Linie“ oder kurz „Gerade“. Dann ergibt sich für diese die Definition:

Unter einer „Geraden“ $G_{12} \equiv G_{21}$ wird verstanden dasjenige transmental seiende, zwei entgegengesetzte „Richtungen“ D_{12} und D_{21} „besitzende“ Etwas, zu dessen unverwechselbarer Kennzeichnung zwei voneinander verschiedene transmental seiende Punkte P_1 und P_2 hinreichen [1]).

---

der entgegengesetzten Reihenfolge der Punktzeiger — als entgegengesetzte Richtungen zu gelten. Auf den b-Straßen hingegen ist dieser Unterschied belanglos und kann die Identität beider Richtungen nicht zerstören. Jedesmal also da, wo im späteren der „Reihenfolge“ der Indizes eine Bedeutung beigelegt wird, ist von selbst die Fahrt auf der a-Straße vorausgesetzt. — Es würde viel zu weit abführen, wenn wir hier Bezug nehmen wollten auf das Verhalten der 16 Komponenten des sogenannten „Energietensors“, bei denen ebenfalls je zwei, die sich nur durch die Reihenfolge der Indizes voneinander unterscheiden, als einander gleich angenommen werden. Ebensowenig können wir eingehen auf die Frage der Gleichheit von solchen Richtungen, bei deren Kennzeichnung vier verschiedene Indizes auftreten, eine Frage, die mit dem Begriff der „Parallelität“ zusammenhängt.

[1]) Bei Kurven können diese Punkte zu solchem Zwecke wohl einen Dienst leisten, reichen aber nicht hin. — Zur Ableitung des Begriffs der Geraden benutzt Weyl (a. a. O., S. 12 ff.) zwei Methoden, die beide den

Die „gebrochene Linie" wird gewonnen durch Zufügung eines weiteren Punktes P_3, der (die Grundsätze 6a und 14a vorausgesetzt) weder mit P_1 noch mit P_2 identisch sein soll. Dieser erhöht die Menge der „Richtungen" auf sechs, die der „Geraden" auf drei: G_{12}, G_{23}, G_{31}. Dabei ist wohl zu beachten, daß jeder der Punkte P_1, P_2, P_3 bislang nur zur Kennzeichnung von je zwei Geraden diente, keineswegs aber diese Geraden oder eine ihrer Richtungen schon begrenzt.

Kombinieren wir G_{12} mit G_{23}, so sind zwei Fälle zu unterscheiden, nämlich daß die beiden Punktpaare ein und dieselbe Gerade oder zwei verschiedene Geraden kennzeichnen. Im ersten Falle ist nichts von augenblicklichem Belang hier gewonnen, im letzteren aber kommen wir zu dem Begriff zweier Geraden von verschiedenen Richtungen oder, was hier dasselbe ist, zweier „sich schneidender" Geraden. Der gemeinschaftliche Punkt P_2 ist als „Schnittpunkt" vor den beiden anderen ausgezeichnet, er teilt jede Gerade in zwei „Halbgeraden", die man nach Belieben paarweise in Betracht nehmen kann. Fügt man zwei solche zusammen, deren Richtungs-Indizes drei verschiedene Ziffern aufweisen, so bilden diese miteinander eine „gebrochene Linie", und der Schnittpunkt kennzeichnet den Ort des „Richtungswechsels".

Zum Begriff der „krummen Linie" können wir durch Hinzufügung noch weiterer Punkte P_4, P_5 usw. gelangen. Zuerst ergibt sich dabei eine Linie, die oftmals, in P_2, P_3, P_4 usw., „gebrochen" sein kann. Je

---

Arbeitsbegriff der „Bewegung" in Anspruch nehmen, nämlich erstens die Methode der „Rotation", zweitens die der „Translation". Die erste besteht nach der üblichen Weise darin, daß man eine Linie um zwei zugleich festliegende Punkte rotieren läßt und verlangt, daß dabei jeder Punkt unverrückt belassen und gelagert bleibe „an seiner Stelle". [Frage: Worin bleibt denn diese „Stelle" unverrückt „belassen", wenn nicht in dem transmental seienden „Stellenbehälter" namens „Raum", dessen eigene Unbeweglichkeit das „Belassenbleiben des Linienpunktes an seiner Stelle" doch überhaupt erst garantieren kann? Würde aber dieser „Stellen"-Besitzer, -Behälter und -Bewahrer selber als Ganzes verschoben, so würde er mitsamt seinem ganzen „Stellen-Inhalt" eben „von der Stelle gerückt", und unausweichlich zwänge sich wieder die Frage auf: Worin wird er denn verschoben? Was ist denn das übergeordnete Etwas, was seine alte und seine neue „Stelle" beherbergt und deren behauptete Nichtidentität begründet? — Wenn das ein Nichts, ein „non-ens" sein soll: was heißt dann überhaupt noch „Stelle"? Was heißt „bleiben", was heißt „verschieben"? Sind diese Worte dann noch sinnbegabt oder sind sie sinnleer?]

Bezüglich der zweiten Methode schreibt Weyl (S. 14): „Die gerade Linie, können wir sagen, entsteht aus einem Punkt durch immer wiederholte Ausführung derselben infinitesimalen Translation und ihrer inversen." — Hier wird also eine unendlich große Mannigfaltigkeit von unendlich kleinen Verschiebungen (d. h. Bewegungen) zu Hilfe genommen. — Vgl. dazu auch S. 61, Anmerkung 2.

dichter man dann die Schnittpunkte zusammenrückt, desto genauer geht die „gebrochene“ in eine „krumme“ Linie über. Um diesen Übergang begrifflich festzulegen, wird häufig das auch von Weyl benutzte Wort „infinitesimal“ oder der Ausdruck „unendlich klein“ benutzt. Bei diesen ist die Vokabel „unendlich“ noch viel dringlicher zu beanstanden, als in so vielen anderen Anwendungen derselben. In meiner wiederholt erwähnten Schrift habe ich (S. 184 ff.) ausführlich über den damit zusammenhängenden, die sogenannten „Differentiale“[1]) betreffenden Streit der Mathematiker gehandelt und als Ersatz den Terminus „belanglos klein“ vorgeschlagen.

Man kann den Begriff der „krummen Linie“ aber auch mit Benutzung des durch die „gebrochene Linie“ erhaltenen Arbeitsbegriffs „Richtungswechsel“ und des unter Nr. 14 aufgeführten Grundbegriffs „Kontinuum“ ableiten. Eine „krumme Linie“ ist dann eine solche, bei welcher der Richtungswechsel ein ununterbrochener, lückenloser, „kontinuierlicher“ ist.

Nebenher mag noch darauf aufmerksam gemacht werden, daß es sich hier lediglich um eine Herleitung des Begriffs der „Krümmung“ handelt, nicht etwa um die Auffindung eines Maßes dafür — wie ja die Vornahme oder Besprechung irgend einer „Meß“-Tätigkeit bislang überhaupt noch ausgeschaltet blieb. Auch handelt es sich vorerst nur um die Anwendung des Begriffs der „Krümmung“ auf den Begriff der „Linie“, insofern letztere als „Richtungsbesitzer“ in die Betrachtung eingeführt worden [2]).

D. Nunmehr aber erscheint es geboten, in unseren Überlegungen einmal zurückzugreifen und zu fragen, welchen Sinn es denn eigentlich habe, von einem „Wechsel“, von einer Verschiedenheit der „Richtungen“ zu sprechen. Können zwei Richtungen sich überhaupt voneinander unterscheiden? Wodurch denn?

Offensichtlich hängt diese Frage aufs allerengste mit dem früher erörterten „Problem des Augenblicks“ und dem „Problem des Ortes“ zusammen, insbesondere mit der Fundamentalfrage: Wodurch unterscheiden zwei Augenblicke, zwei Orte sich voneinander?

Wenn — wie Weyl, gestützt auf die „Homogenität“ von Zeit und Raum, aussagt — keine im Wesen der Zeit oder des Raums gründende

[1]) Hessenberg schreibt (Abhandlungen der Friesschen Schule, Göttingen 1904, S. 174): „Denkt man sich unter Differentialen die berüchtigten Größen, die kleiner als jede anderen und doch nicht Null sind so geht man auf die vorkritische Zeit der Mathematik zurück.“

[2]) Bei Erörterung der „Raumkrümmung“ führt Weyl (S. 108) einen m-plizierten Algorithmus R unter dem Namen „Riemannscher Krümm gstensor“ ein, der nachher (S. 189 f.) als „Riemannscher Linientensor K m-mung“ in der Einsteinschen Gravitationstheorie eine wichtige Rolle s elt.

Eigenschaft einem Zeit- oder Raumpunkt zukommt, der nicht jedem anderen Punkte ebenfalls zukäme, dann sind solche Punkte ja völlig außerstande, irgend eine besondere „Richtung“ oder irgend eine besondere „Gerade“ zu „kennzeichnen“ und dadurch die Identität zweier als verschieden vorgeführter „Richtungen“ oder „Geraden“ zu zerstören! — Alles vorhin über „Richtungen“ und „Richtungswechsel“, über „gerade, gebrochene und krumme Linien“ Erörterte beruht demnach auf den Grundsätzen 6a und 14a. Völlig inhaltsleer werden überhaupt die **Begriffe**: „gerade, gebrochen, gekrümmt“ im physikalischen Sinne, wenn nicht unterstellt wird, daß die mit dem Namen „**Orte**“ bezeichneten Etwasse eine transmentale Existenz besitzen und dabei an sich selbst irgendwelche (in Worten angebbare oder nicht angebbare) Eigenschaften tragen, durch die jeder sich von jedem unterscheidet.

Über das Erfordernis, daß auch die „Augenblicke“ (Weyls „Jetzte“) unterscheidende Merkmale an sich selber tragen müssen, ist etwas Ähnliches zu sagen, insofern auch bei ihnen der Begriff der „Richtung“ und des „Richtungswechsels“ in Betracht kommt. Sogar die „gerade“ und die „krumme Linie“ zwischen zwei Augenblicken bildet nicht ohne Grund einen Gegenstand der Erwägung. Offensichtlich aber ist der Direktionsgegensatz D_{12} und D_{21} in Betracht zu ziehen, der sich auf die Relation „früher—später“ stützt und damit (vgl. S. 71 f., Anmerkung 2) auf den Grundsatz 8a, der zwischen je zwei transmental seienden Augenblicken Z_1 und Z_2 das Obwalten einer „asymmetrischen Beziehung“ voraussetzt.

Deutlich weisen solche Überlegungen wiederum auf den im vorigen bereits betonten Umstand hin, daß **„das Problem des Augenblicks“ und das „Problem des Ortes“ den eigentlichen Kern der „Raum-Zeit-Frage“ und damit überhaupt auch der physikalischen Wissenschaft bilden.**

Ganz das gleiche ergibt sich, wenn wir nunmehr auch noch den Begriff der „Strecke“ ins Auge fassen. — Vorhin schon wurde bemerkt, daß zur unverwechselbaren Kennzeichnung einer „Strecke“ zwei Grenzsetzungen einerseits zwar erforderlich, andererseits aber nicht hinreichend seien, daß es dazu vielmehr noch einer Abmachung über das „Zwischen“ bedürfe. Nun pflegt man ja das „zwischen zwei Punkten Befindliche“ im allgemeinen dem Begriff der „Linie“ einzugli ern, womit es denn auch den Eigenschaftsunterschieden: „gerade, gel chen, gekrümmt“ unterliegt. Da diese aber inhaltsleer werden, sol d mit dem Wegfall der Grundsätze 6a und 14a der Begriff der „R htung“ versagt, so verliert gleichzeitig auch der Begriff der „Strecke“ sei 1 klaren Sinn.

Die gewöhnlichste und landläufige Begriffserklärung der „Strecke" beruht bekanntlich auf dem Begriff der „Geraden", d. h. nach vorstehendem auf demjenigen Etwas, zu dessen genauer Kennzeichnung zwei voneinander verschiedene Punkte schon ausreichen. Es reichen aber im allgemeinen diese beiden Punkte für sich allein zur eindeutigen Kennzeichnung des zwischen ihnen Vorfindlichen noch keineswegs aus! Darum steht man bezüglich des „Strecken"-Begriffs vor der Wahl, entweder zu sagen: Unter der durch zwei Punkte P_1 und P_2 einer „Geraden" gekennzeichneten „Strecke" verstehe ich die Gesamtheit dessen, was von dieser Geraden zwischen P_1 und P_2 liegt (dann ist der Begriff der „Krümmung" überhaupt beiseite zu lassen), oder man muß, falls „Krümmung" innerhalb der Betrachtung überhaupt eine Rolle spielen soll, den Begriff der „Strecke" auf irgend eine (von der „gewöhnlichen" abweichende) hinlänglich scharfe Weise noch eigens definieren. Dazu aber reichen ähnliche Aussagen, wie die früher (S. 64) erwähnte: „Je zwei Zeitpunkte A und B begrenzen eine Zeitstrecke" und „bezüglich des Raumes finden die gleichen Umstände statt, wie sie für die Zeit gelten" dann augenscheinlich noch nicht aus.

Da die „Relativitätstheorie" von dem Begriff der „Krümmung" vielfachen Gebrauch macht, so ist für sie an der Stelle, wo der Begriff der „Strecke" von ihr in Dienst genommen wird, eine genaue Definition dieses Begriffs unentbehrlich. Ohne eine solche würde mit der „Strecke zwischen zwei Punkten" auch die „Entfernung zweier Punkte voneinander" und der „Abstand zweier Punkte" dunstig in der Luft schweben, sobald die Theorie sich lossagt vom sogenannten „ebenen Raume" und von denjenigen ihm eingelagerten Linien, die insofern „gerade" heißen, als sie von je zwei in diesem Raume transmental existierenden und fest darin verankerten Etwassen namens „Punkte" unverwechselbar gekennzeichnet sind. — Wer es unternimmt, die Anker der betreffenden Punkte aus dem sogenannten „absoluten Raume" herauszuheben und die Punkte in den unstarren Wassern der „Relativität" fluten zu lassen (was man ja niemanden verwehren kann), der steht vor der Aufgabe, ihnen durch irgend ein Mittel — etwa mit Hilfe des im Grundsatz 24b vorgesehenen, dann aber eindeutig zu kennzeichnenden X — wieder so viel Festigkeit und Unverwechselbarkeit beizubringen, daß sie den Begriffen „Strecke" und „Abstand" Halt geben können. Letztere haben, wo und solange das nicht geleistet ist, im Gebiet der exakten Wissenschaft kein Heimatrecht.

Dies ist ein Punkt, der besonderer Nachachtung wert erscheint und im folgenden weiter erörtert werden soll.

VIII. Das Problem des Vergleichens. Kriterien der Gleichheit zeitlicher Objekte. Die periodischen Geschehnisse.

Übersicht.

A. Voraussetzung bei der Vergleichung von Objekten ist stets das Obwalten irgend einer die Identität zerstörenden Verschiedenheit. — Augenblicke, Orte und Richtungen als Vergleichsobjekte. — Die „Länge" als tertium comparationis bei Strecken, Entfernungen, Abständen. — Bedeutung des „Zwischenbefindlichen". — Beiziehung weiterer Grundbegriffe. — *Weyls* Verfahren zur Vergleichung von Zeitstrecken mit Hilfe der Einheitsstrecke OE und der Zahl t.

B. Kriterien der Gleichheit.

1. *Weyls* subjektives Kriterium. — Beim Falle $t = 1$ degeneriert das Schema $OP = OE$ zur Identität. — Die eigentliche Aufgabe besteht darin, ein brauchbares Kriterium aufzustellen für die Längengleichheit *ohne* Identität.
2. *Weyls* objektives Kriterium. — Die Uhren als Anzeiger periodischer Geschehnisse. — Inwiefern ist ein auf letztere gegründetes Kriterium ein objektives? — Periodische Geschehnisse, die zugleich subjektive und objektive sind. — Fiktion einer selbstbewußten Weltseele. Monadologie.

C. Der eigentliche Schritt aus dem subjektiven in das objektive Gebiet. — Sprung von der Uhr auf die Zeit. — Ein Gedankenweg, der bei „Zuständen" beginnt und bei dem Etwas namens „Zeit" endigt. — Wegscheiden Nr. 25, 26, 27. — Geschehnisse und Zeit. — Uhren sind nur äußere Meßmittel. — Wenn es keine von den Geschehnissen unabhängige „Zeit" gibt, so „messen" die Uhren nichts. — Das Problem der Gleichzeitigkeit.

D. Ein Vergleich: Der Ansiedler im Urwald, der Mensch im Kosmos. — Feststellung von Periodizität. — Unterordnung unter ein „imperium". — *Weyl* „reißt sich in der Reflexion heraus aus dem Bewußtseinsstrom" und kommt zu einem „objektiven zeitlichen Ablauf". — Dieser „Ablauf" beherrscht alle periodischen und aperiodischen Geschehnisse, ordnet sie einzeilig und legt sie sklavisch fest an die Kette, deren eherne Glieder „früher" und „später" heißen.

A. In allen Fällen, in denen das Geschäft des *Vergleichens* überhaupt vorgenommen werden und nicht bei der trivialen Dieselbigkeit bestehen bleiben soll, ist eine *Mehrzahl* von Objekten und damit zugleich eine aufweisbare, die Identität zerstörende *Verschiedenheit* derselben erforderlich. Welche Objekte können es denn wohl sein, die wir beim Fortschritt unserer Betrachtungen einem „Vergleich" zu unter-

ziehen in der Lage wären? — Sind es einzelne „Augenblicke" oder Zeitpunkte? — Sind es „Orte" oder Raumpunkte?

Freilich faßt man diese auf physikalischem Gebiet als Etwasse auf, bei denen jedes von jedem verschieden ist. Aber wo wären Worte, um diese Verschiedenheit zu kennzeichnen? Da doch alles, was von einem „Augenblicke" oder „Orte" (ihn an und für sich genommen) ausgesprochen werden kann, gleicherweise auch, wie Weyl auf Grund der „Homogenität" behauptet, von jedem anderen zutrifft!

Außer Zweifel steht uns ferner die objektive Mehrzahl von „Richtungen" und deren Verschiedenheit. Doch zur Kennzeichnung der letzteren fehlen uns auch wieder die geeigneten Worte, und zwar vor allem deswegen, weil sie uns bezüglich der „Augenblicke" und „Orte" fehlen.

Schreiten wir also zu dem Versuch, „Strecken", „Entfernungen", „Abstände" dem Geschäft des Vergleichens zu unterziehen, so haben wir zunächst die Aufgabe, deren eine Mehrzahl und also ein die Identität zerstörendes Kriterium der Verschiedenheit in unseren Besitz zu bringen. Solch ein Kriterium ist offenbar nur von denjenigen Bestimmungen zu erwarten, die überhaupt eine „Strecke" kennzeichnen, mithin einerseits von den „Grenzpunkten", andererseits von etwaigen Unterschieden in bezug auf das zwischen diesen befindliche Kontinuum[1]). Sodann muß ausgemacht werden, auf welches Merkmal sich der beabsichtigte „Vergleich" eigens beziehen soll, kurz: das jedesmalige „tertium comparationis" ist genau festzustellen.

Der übliche Name für jenes tertium ist bei „Strecken", „Entfernungen", „Abständen" bekanntlich die sogenannte „Länge" (Längenausdehnung). Daß diese zwar abhängig ist von den Grenzpunkten, abhängig auch von der Form des Zwischenbefindlichen, leuchtet sofort ein; dennoch aber deckt sie sich mit keinem von beiden, ist sowohl von den Punkten als auch von der betreffenden „Form" begrifflich verschieden und bedarf daher, um einem „Vergleich" zugrunde gelegt zu werden, einer neuen Bestimmung.

Der Mathematiker leitet aus den Grundbegriffen:

---

[1]) Bei räumlichen Strecken sind Unterschiede letzterer Art uns anschaulich gegeben und werden durch die Worte „gerade, gebrochen, gekrümmt" bezeichnet. Bei zeitlichen Strecken fehlt uns zwar die Anschauung von solchen Verschiedenheiten, die Relativitätstheorie nimmt sie aber, wie im vorigen (S. 39 Anmerkung) schon erwähnt, dennoch in Betracht und dehnt gewisse Überlegungen auch auf sie aus. Nach ihr kann eine Zeitstrec[ke] so im Bogen verlaufen, daß Späteres dem Früheren vorhergeht (vgl. dazu S [.]2). Ob auch Knickungen und Zickzacke vorkommen, ist dabei eine n[...]hematische Frage, die mit der Differenzierbarkeit gewisser Funktione[n] zusammenhängt.

22. größer als — gleich — kleiner als
den Arbeitsbegriff:

Größe

ab, indem er unter „Größen“ solche Etwasse versteht, welche zueinander in die Beziehung gesetzt werden können, die durch die genannten Grundbegriffe gekennzeichnet ist. Der Arbeitsbegriff der

Länge

wird dann definiert als diejenige Art von „Größen“, zu deren Kennzeichnung eine „Dimension“ ausreicht[1]). Je nach Wahl der dafür in Betracht genommenen Richtung erhält diese „Größen“-Art auch die Bezeichnungen:

Breite, Höhe, Tiefe.

Von nächstem Interesse ist nunmehr die Frage, in welcher Weise Weyl die Vergleichung der Strecken in Angriff nimmt. — Auf S. 11 stützt er seine Ableitung der räumlichen Streckengleichheit auf den Begriff der „geraden Linie“ (deren „Eigentümlichkeit es ist, daß sie durch zwei ihrer Punkte bestimmt ist“) und fährt fort:

„Führen wir für die Punkte der Geraden die Gleichheit $AB = A'B'$ durch die Erklärung ein: sie besagt, daß AB durch eine Translation der Geraden in $A'B'$ übergeht, so finden hinsichtlich dieses [Gleichheits-] Begriffs die gleichen Umstände statt, wie sie für die Zeit gelten. Sie ermöglichen die Einführung der Zahl, die Herstellung einer umkehrbar-eindeutigen Korrespondenz zwischen den Punkten auf der geraden Linie und den reellen Zahlen unter Zugrundelegung einer Einheitsstrecke OE.“

Hier wird also die Vergleichung räumlicher auf die Vergleichung zeitlicher „Strecken“ zurückgeführt, und eben diese Berufung ist es auch, die die plötzliche Einschiebung der bei Weyl schon vorher (S. 7) eigens auf die Zeit bezogenen „Einheitsstrecke OE“ erklärt. Außerdem könnte bemerkt werden, daß für das Problem der Streckenvergleichung nicht sofort schon vier voneinander verschiedene Punkte A, B, A', B' erforderlich sind, sondern deren vorderhand (später freilich nicht mehr) drei bereits genügen; mit dreien ist Weyl bei Vergleichung der Zeitstrecken auch zunächst ausgekommen. An der betreffenden Stelle heißt es nämlich u. a.:

„Anders [als wenn man nur zwei Punkte in Betracht zieht] wird die Sache aber, wenn wir zu drei Zeitpunkten übergehen. Sind irgend zwei Zeitpunkte OE, von denen O der frühere ist, gegeben, so ist es möglich, jeden [dritten] Zeitpunkt P relativ zur Einheitsstrecke OE auf begriffliche Weise festzulegen, d. h. es ist möglich, rein logisch aus den Urrelationen [„früher —

———

[1]) Hilbert benutzt (vgl. S. 13) zur Definition der Länge das Einzelinteg

$$\lambda = \int \sqrt{G\left(\frac{dx_s}{dp}\right)}\, dp.$$

später und gleich"] eine Beziehung t[1]) zwischen den Punkten zu definieren, für welche folgendes gilt... Es ist

$$OP = t \, . \, OE.$$

... Die Zahl ist nichts anderes als ein zusammengedrängtes Symbol für eine derartige Relation t und ihre logische Definition auf Grund der Urbeziehungen."

In diesen Weylschen Sätzen sind mehrere Probleme eng vereint. Von besonderer Wichtigkeit ist darunter die Definition der „Zahl", die als „Symbol für eine Relation" zweier Strecken gekennzeichnet wird. Bekanntlich gehen die Urteile über diese (auch von Newton vertretene) Auffassung des Zahlbegriffs im allgemeinen sehr auseinander[2]). Stellen wir uns aber auf diesen Standpunkt, so können wir zunächst den einfachsten Fall $t = 1$ in Betracht nehmen und erhalten dadurch

$$OP = OE.$$

Welchen Sinn aber hat denn die Aussage, daß die Zeitstrecke — oder da es sich ja im Räumlichen ebenso verhalten soll — die Raumstrecke OP gleich der Strecke OE sei? Auf welchem Gedankenwege gelangen wir dazu, solch eine Aussage als zutreffend, als wirklichkeitstreu zu erkennen? Diese Frage behandelt Weyl bezüglich der Zeit (S. 6) mit den Worten:

„Daß die Zeit die Form des Erkenntnisstromes ist, kommt in der Idee der Gleichheit zum Ausdruck: Der Erlebnisgehalt, welcher die Zeitstrecke AB erfüllt, kann an sich, ohne irgendwie ein anderer zu sein, als er ist, in irgend eine andere Zeit fallen; die Zeitstrecke, die er dort erfüllen würde, ist der Zeit AB gleich."

Bezüglich der in dieser Stelle Weyls vorgetragenen Gedanken müssen wir eine doppelte Unterscheidung machen, indem wir erstens anknüpfen an die Worte „Erlebnisstrom" und „Erlebnisgehalt", zweitens an den Bezeichnungswechsel der Zeitstrecken einerseits mit OP und OE, andererseits mit AB, welch letzterer eine ihr gleiche, aber in einer „anderen Zeit" gelegene beigeordnet ist.

B. Indem die Vergleichung von „Zeitstrecken" mit dem „Erlebnisgehalt" in Verbindung gebracht wird, tritt sie in Beziehung zu einem „Erleber", und das Erkennen der Gleichheit oder Ungleichheit ist dem Urteil des Erlebers über die Menge bzw. über die Verschiedenheit dessen, was er „erlebt", unterworfen. Das auf solche Weise dargebotene ist also ein

---

[1]) Um die Sache nicht unnötigerweise hier schon durch Einführung des Doppelzeichens $\pm$ zu komplizieren, werden wir wohl annehmen dürfen, daß der Zeitpunkt O dieselbe asymmetrische Beziehung, die ihm bezüglich des Punktes E beigelegt wurde, nämlich der „frühere" zu sein, auch bezüglich des Punktes P haben solle.

[2]) Vgl. dazu: „das Endliche und das Unendliche", S. 64.

1. Subjektives Kriterium der Gleichheit von Zeitstrecken.

Einige Philosophen heben bei Behandlung dieses Gegenstandes noch hervor, daß dem „Subjekt“, dem „Erleber“, das Bewußtsein von der beharrenden *Identität seines Ichs* dabei zur Grundlage dienen müsse. Andere betonen die große Unzuverlässigkeit dieses Kriteriums, insofern es von psychologischen und physiologischen Änderungen beim urteilenden Subjekt und insbesondere noch von der Verschiedenartigkeit der Subjekte überhaupt abhängig sei. Recht anschaulich, um nicht zu sagen drastisch, hat namentlich *Karl von Baer* in seinen „Reden“ (Petersburg 1886, 2. Ausg., Bd. I, S. 258 f. Vgl. dazu auch *Mauthner*, a. a. O., S. 602 f.) die letztere Frage erörtert, indem er die „Erlebnisse“ der Menschen zu ihrer Herztätigkeit und der damit zusammenhängenden Schnelligkeit der Sinneseindrücke in Beziehung setzte, rasch lebende von langsam lebenden Individuen [1]) unterschied, und, die Kontraste steigernd, Minuten-, Monate-, Jahr- und Äonenmenschen bezüglich ihrer „Lebensinhalte“ während gewisser Zeitstrecken einander gegenüberstellte. Indessen kann doch wohl niemand leugnen, daß *Weyl* vollkommen recht hat, insofern er bei Vergleichung von Zeitstrecken die „Erlebnisgehalte“ eine Rolle spielen läßt. Sie sind es in erster Linie, nach denen ein der Identität seines Ichs sich bewußter Mensch Zeitstrecken vergleicht. Aber jedermann ist sich doch auch der großen Unzuverlässigkeit dieser seiner Vergleichsmethode bewußt; manchmal vergeht ihm die Zeit „im Fluge“, manchmal dünkt sie ihm ein „Schneckenkriechen“.

Und so hat auch Weyl es beim subjektiven Kriterium keineswegs bewenden lassen, sondern ein objektives beigefügt, von dem sogleich zu reden ist.

Wenn von „Vergleichung“ der Strecken gehandelt wird, so steht Gleichheit und Ungleichheit einander gegenüber, und diese beiden Fälle werden auch bei denjenigen Zeitstrecken ins Auge zu fassen sein, die Weyl mit OP und OE bezeichnete. Gilt nun O als der frühere Augenblick, so bedeutet der Fall

$$OP = OE$$

offenbar, daß P und E Namen sind für *ein und denselben* Augenblick. Die „Gleichheit“ beider Strecken ist dann für das urteilende Subjekt weiter nichts, als einfach die *Identität*. Mit *solcher* Gleichheit kommen wir aber nicht vorwärts. Das Problem, um das es sich hier bezüglich der Zeitstrecken handelt, ist vielmehr die Ableitung einer

Längengleichheit ohne Identität.

) Der starke Einfluß des „Haschisch“ auf die „Erlebnisse“ des Gehirns ist kannt.

Dazu können uns jedoch die beiden mit OP und OE bezeichneten Strecken überhaupt nicht verhelfen. Das Zusammenfallen von P mit E ergibt Identität der Strecken, fällt aber P mit E **nicht** zusammen, so fehlt allerdings die Identität, aber auch die Gleichheit. Um zu einer „Gleichheit ohne Identität" zu gelangen, erscheint daher die Hinzuziehung noch irgend einer anderen Strecke erforderlich. Das **könnte** mit Hilfe des **Weylschen** Paares AB und $A'B'$ geschehen, doch kann man auch, wie wir sehen werden, die Punkte O, P, E ruhig beibehalten und braucht nur noch einen vierten hinzuzunehmen. Um mit diesem Mittel arbeiten zu können, ist es aber unerläßlich, vorerst ein

2. **Objektives Kriterium der Gleichheit von Zeitstrecken** zu besitzen. Worin besteht das? — An der oben zitierten Stelle fährt **Weyl fort:**

„In der Physik ergibt sich daraus für die Gleichheit von Zeitstrecken der objektiven Zeit, unter Hinzuziehung des Kausalprinzips, das folgende objektive Kriterium: Kehrt ein vollständig isoliertes (keine Einwirkung von außen erfahrendes) physikalisches System einmal genau zu demselben Zustande zurück, in dem es sich bereits in einem früheren Moment befand, so wiederholt sich von da ab die gleiche zeitliche Zustandsfolge, und der Vorgang ist ein zyklischer. Ein solches System nennen wir im allgemeinen eine **Uhr**. Jede Periode hat die gleiche Zeitdauer."

Hiernach wäre also bei Zeitstrecken die „Längen**gleichheit** ohne Identität" erzielbar durch das Kriterium „zyklischer Zustandsfolgen" in einem „vollständig isolierten System". — Nun kann man freilich einwenden: Dieses Kriterium ist für uns überhaupt nicht eher verwendbar, als bis wir ein derartiges „System" einmal zur Verfügung gestellt bekommen. Vorgewiesen wird ja auch von **Weyl** keins. Aber gesetzt den Fall, es existiere (in beliebig vielen Exemplaren), so ist zweierlei zu fragen, nämlich einerseits: **In welchem Sinne** ist das von ihm gelieferte Kriterium überhaupt ein „objektives"? Andererseits: **Worauf gründet** sich denn seine Fähigkeit und Berechtigung, bei Zeitstrecken, die nicht identisch (also doch auf irgend eine Weise voneinander verschieden) sind, über die **Längengleichheit** zu entscheiden? —

Zunächst: In welchem Sinne bilden **Weyls** Zustandszyklen ein **objektives** Kriterium?

Der Gegensatz zwischen „subjektiv" und „objektiv" ist leider ein vielgestaltiger wie überhaupt, so auch im vorliegenden Falle. Empfindet die Seele des Menschen dann Heiterkeit, dann Gram, dann Furcht, dann Zuversicht, dann Unruhe, dann Gleichgültigkeit usw., so sind das Zustandsänderungen, und zwar abwechselnde und oft wiederkehrende, die man gewiß als „**subjektive**" bezeichnen darf, die aber trotzdem in der von **Weyl** befolgten Sprechweise **Brentanos** als „intentionale **Objekte**" (und „Objekte" sind doch wohl etwas „**Objektives**"!) eine Rolle spielen.

Dasselbe kann man auch von gewissen durch die Sinne vermittelten Empfindungen und Wahrnehmungen, Hitze, Kälte, Helle, Dunkel usw., aussagen, sofern sie zum „Erlebnisgehalt“ der Seele gehören; auch sie können beides sein, subjektiv und objektiv.

Nimmt man die Zustandsänderungen des Körpers hinzu: Hunger, Durst, Schlaf, Schmerz, die sich ja sogar oft genug in deutlicher Periode wiederholen, so dürfen auch diese Änderungen sowohl als subjektive wie als objektive bezeichnet werden.

Der obwaltende Gegensatz wurde unsererseits im früheren durch andere Adjektiva gekennzeichnet, nämlich durch die Benennungen „intramental“ und „transmental“, und diese drücken meines Erachtens den Sachverhalt etwas genauer aus. — Inwiefern?

Das periodisch sich einstellende Schlafbedürfnis z. B. ist eine subjektive, im Subjekt sich vollziehende Zustandsänderung. Ebenso verhält es sich mit der Hungrigkeit, dem Müdewerden usw. Sind nun aber solche subjektiven „Zustandsänderungen“ auch „intramentale“ Dinge? Nein! wohl ist unser Wissen darum etwas „Intramentales“, aber die Zustände als solche sind „in corpore“, nicht „in mente“, sie sind „transmental“. Dieser Gegensatz ist ein scharfer, solange mens und corpus scharf geschiedene Dinge sind. Beides aber, mens und corpus, gehört zum Subjekt, und so sind die „Zustandsänderungen“ sowie das „Darumwissen“ etwas „Subjektives“. Und dennoch sind sie in ihrer Eigenschaft als „intentionale **Objekte**“ beide zugleich auch etwas „Objektives“. Dies ein Grund, weshalb mir die Scheidung „intra — transmental“ vor der Scheidung „subjektiv — objektiv“ hier den Vorzug verdient.

Indem nun solche Zustandsänderungen, wie Eß- und Schlaflust und -unlust sich mit einer erheblichen Regelmäßigkeit wiederholen, ist auch das Subjekt „Mensch“ selber eine „Uhr“, und so findet sich das, was Weyl „objektives Kriterium“ nennt, sogar **im** Subjekt vor — abgesehen natürlich von der „vollständigen Isolierung“, die sich ja auch überhaupt bei keiner unsererseits benutzten „Uhr“ vorfindet[1]).

Gehen wir aber weiter und nehmen solche Zustandsänderungen in Betracht, die weder die eigene Seele noch den eigenen Leib, sondern

---

[1]) Unsere maßgebendste „Uhr“ ist die rotierende Erde und die bildet keineswegs ein „vollständig isoliertes System“, sondern ist ganz gewaltig „von außen beeinflußt“, derart, daß z. B. die Erscheinung der sogenannten „Zentrifugalkraft“, wie etwa die Bewegungen des Zentrifugalregulators bei einer Dampfmaschine oder das Vorkommnis, daß „in einem Speisewagen, der durch eine scharfe Kurve fährt, die Gläser umfallen“, nach Weyl (S. 175 f.) „zum Teil eine Wirkung der Fixsterne ist, relativ zu denen die Rotation stattfindet“. Man erinnere sich an die „fernen Massen“, von denen Einstein spricht (vgl. S. 16).

die sogenannte „Außenwelt“ an sich erfährt, so wird man ein daraus abgeleitetes „Kriterium“ freilich viel eher ein „objektives“ als ein „subjektives“ nennen mögen. Ich stelle aber die Frage: Könnte es nicht dennoch auch als ein „subjektives“ eingeschätzt werden?

Unter folgendem Gesichtspunkte: Man braucht demjenigen „System“, welches diese Änderungen durchmacht, nur Leben, Bewußtsein, Intelligenz, Erinnerung zuzuschreiben, braucht z. B. die „Welt“ nur aufzufassen (was ja oft genug geschehen ist) als Leibnizsche „Monade“, die „von außen keine Einwirkung erfährt“, dann ist für sie Weyls „objektives Kriterium“ augenscheinlich ein subjektives; die objektive „Uhr“ wäre von selbst wieder eine subjektive. (Doch das nur beiläufig nebenher.)

C. Der wahre und eigentliche Schritt aus dem Subjektiven heraus in das Gebiet des Objektiven besteht nicht im Griff von dieser Uhr zu jener, sondern ist ein anderer, und Weyl hat denselben auch schon gekennzeichnet mit den bereits zitierten Worten: „Reißen wir uns in der Reflexion heraus aus diesem [Bewußtseins-] Strom und stellen uns seinen Gehalt als ein Objekt gegenüber, so wird er uns [nicht etwa zu einer periodischen Zustandsfolge in der Außenwelt, sondern] zu einem

zeitlichen Ablauf,

dessen einzelne Stadien in der Beziehung des früher und später zueinander stehen.“

Wie der Mensch es kann, so könnte eine selbstbewußte Weltseele vielleicht auch „in der Reflexion sich herausreißen aus dem Strom“, könnte den Erlebnisinhalt, den sie in Gestalt ihrer Zustandsänderungen besitzt, sich als Objekt gegenüberstellen mit dem Erfolg, daß dieses Objekt eben nicht mehr, wie bisher, Zustandsfolgen im Erlebnisgehalt des subjektiven Welt-Ich sind, sondern „früher- und später-Stadien eines objektiven zeitlichen Ablaufs“. Diese Objektivierung ist nun in der Tat etwas ganz anderes als der Übergang von der Seelenuhr zur Leibesuhr, etwas ganz anderes auch, als der Übergang von der Leibesuhr zur astronomischen Weltuhr oder Kosmosuhr, es ist der Übergang oder vielmehr der

Sprung von der Uhr zur Zeit.

Ob Weyls „Kriterium“ auch in solchem, in dem eigentlich entscheidenden Sinne ein „objektives“ ist, hängt ab von der Frage, ob es diesen letzten Sprung gestattet, hängt also ab von der zweiten vorhin (S. 82) aufgestellten Frage:

Wieso hat das Kriterium die Fähigkeit, wieso di[e] Berechtigung, auf den zeitlichen Ablauf überzuspringen [u]nd

dabei Gleichheit betreffs der Länge nicht identischer Zeitstrecken zu verbürgen?

Um hierüber ins Klare zu kommen, muß man zuvor versuchen, überhaupt erst einmal einen Gedankenweg zu konstruieren, der seinen Anfang nimmt bei „Zuständen“ und „Zustandsänderungen“, sei es im Menschen, sei es im Kosmos, und der endet bei demjenigen Etwas, das (wie Berkeley sagt, mit Ausnahme der Philosophen alle Leute kennen und) man mit dem Namen „Zeit“ bezeichnet.

Nun sind diesem Problem gegenüber von vornherein mehrere Standpunkte möglich, die sich durch die Methode der Elementaranalyse in Form von Scheidewegen genau voneinander trennen lassen. Entsprechend den früher bezüglich der „Augenblicke“ und ihrer „Mehrheit“ gekennzeichneten Disjunktionen können bezüglich der Zeitstrecken folgende kontradiktorischen Gegensätze nebeneinandergestellt werden:

25. Die von zwei Augenblicken begrenzten kontinuierlichen Gesamtheiten von Augenblicken — kurz „Zeitstrecken“ genannt — sind Etwasse von
    a) lediglich intramentaler,
    b) nicht lediglich intramentaler,

    sondern sowohl intra- als transmentaler Geltung.

26. Eine Zeitstrecke ist ein Etwas, dessen Geltung
    a) unabhängig,
    b) abhängig

    davon ist, ob im Bereich des transmental Seienden Zustandsänderungen eintreten.

27. Die Länge einer Zeitstrecke ist von ihren Grenzen und ihrer Form, aber
    a) nicht abhängig,
    b) auch noch abhängig

    von einer besonderen Art von Orts- oder Zustandsänderungen, die irgend ein transmentales Einzelding oder eine Gruppe von Einzeldingen erfährt.

Die Scheidewege 25 und 26 stehen in engem Zusammenhange mit 1, 2, 4 und 5, insofern die *a*-Straßen untereinander die gleiche Richtung haben. Das bei 2 und 5 vorgeführte hypothetische Etwas X tritt bei 26 auf in der Form von „Zustandsänderungen im Bereich des transme[ntal] Seienden“, kürzer gesagt von (kosmischen) „Geschehnissen“.

[G]eschehnisse“ sind aus einem besonderen Anlasse schon früher in [Betr]acht genommen worden. Als (S. 37) die Rede war von Aussag[en] [W]eyls, daß den einzelnen Augenblicken, obwohl wir sie als ver-

schieden auffassen, dennoch angebbare Unterschiede fehlen, insofern von jedem ganz das gleiche gelte, mußte streng getrennt werden zwischen dem „Augenblick an und für sich“ und irgend einem mit diesem Augenblick verknüpften „Geschehnis“. Unterscheiden sich die Geschehnisse auf beliebige Art, so bilden sie darum doch keineswegs Merkmale, die etwa den „Augenblicken an sich“ anhaften; denn es „liege im Wesen der Zeit“, daß sie „homogen“ sei.

Dehnt man diese auf die Zeitpunkte bezügliche Auffassung folgerichtig auch auf Zeitstrecken aus, so gewinnt man die Straße 26a. Alle Vorkommnisse, alle Zustandsänderungen zerstören die Homogenität der Zeit nicht, stechen ihr keine Tätowierung ein, stanzen oder prägen keine Marken auf das ablaufende Kontinuum des „Früher—später“ und auf die darin aufweisbaren „Jetzte“.

Und so sind auch die periodenhaften Geschehnisse, die Uhren, nur äußerliche Vergleichshülfen und Meßmittel[1]), die aber mit dem „Wesen der Zeit“ nicht mehr zu tun haben, als etwa das Thermometerchen, das der Arzt in eines Kindes Achselhöhle legt, zu tun hat mit dem „Wesen“ des Scharlachfiebers.

Aber auch die Gegenstraße 26b ist keineswegs unbefahren. Man erklärt: Wenn es keine Zustandsänderungen gäbe, so würde uns nicht etwa bloß jeder Maßstab für Streckenvergleichung in der Zeit fehlen, sondern dann gäbe es überhaupt auch keinen „Ablauf der Zeit“, keinen objektiven (d. h. vom menschlichen Denken unabhängigen) Unterschied zwischen früher und später. Noch einen Schritt weiter geht z. B. Pasqual Galuppi, der das, was er „Zeit“ nennt, einfach mit den Dingen und ihrer Aufeinanderfolge identifiziert und sagt: „Die Zeit und im allgemeinen jede Dauer unterscheidet sich nicht von den Dingen, welche dauern“ [2]).

Die Wegscheide 27 enthält einen Gedanken, den man mit dem früher (S. 31 f.) erwähnten, auf die Benutzung des Wortes „gleichzeitig“ gerichteten Tadel Max Jakobs in Verbindung bringen kann. „Nach Einsteins Theorie“, so sagt er, „soll ein und dasselbe Ereignis, von

---

[1]) Ironisch bemerkt Mauthner einmal (Wörterbuch, S. 584): „Kann sich doch jedermann seinen Zollstock und seinen Chronometer kaufen und hat dann Raum und Zeit in der Tasche.“

[2]) Näheres hierüber siehe „Das Endliche und das Unendliche“, S. 86. — Man könnte übrigens finden, daß diese Auffassung zu guter Letzt auf den Satz hinauslaufe: „Es gibt überhaupt nur Uhren, aber keine Zeit. Und weil es keine Zeit gibt, so messen die Uhren auch nichts. Ihr ganzes Tun besteht bloß darin, daß sie „Zustände“ aufweisen, teils verschiedene, teils gleiche. Welchen Sinn hat es dann noch, von „Zeitangaben“ zu reden? Was sind sie weiter als nichtssagende Ziffern? Selbst den Worten „Wiederkehr“ und „Periode“ entgleitet der Sinn.

zwei gegeneinander bewegten Systemen beurteilt, nicht »gleichzeitig« sein müssen." Diesem allerdings nicht besonders klar geformten Satze liegt möglicherweise (man darf wohl sagen: vermutlich) der Gedanke zugrunde, daß Einstein die Straße 27b wähle, insofern die Länge einer Zeitstrecke abhängig sei von dem Bewegungszustande desjenigen „Systems", welches der (oder etwa auch: welches den) „Beurteiler" in sich trägt. Und solchen Gedanken findet Jakob „jedem empirischen Gefühl widersprechend". Hiernach scheint er selber die Straße 27a zu bevorzugen.

D. Kommen wir jetzt zurück auf den vorhin (S. 85) erwähnten, von „Zustandsänderungen" zur „Zeit" hinleitenden „Gedankenweg", so möchte ich bei diesem als einen geeigneten Führer jenen allgemeinen Trieb empfehlen, der den Menschen drängt, im Wirrsal ungeordneter Dinge immer nach geordneten zu spähen und darüber besondere Erwägungen anzustellen.

Vergleich: Dringen Ansiedler in einen Urwald ein, so fällt es ihnen nicht auf, wenn sie einen Wust, ein regelloses Gemisch von Bäumen aller Art vorfinden; den ungeordneten Wechsel nehmen sie einfach als etwas Tatsächliches hin. Kommen sie dann aber an eine Stelle, wo in der Aufeinanderfolge von Bäumen sich eine Regel, eine Periode, ein Zyklus offenbart, so gilt ihnen das nicht mehr bloß als etwas einfach Tatsächliches, sondern sie suchen einen Hintergrund dafür und sind überzeugt: diese Art von Reihenfolge ist nicht rein zufällig, sondern ist geregelt, ist beherrscht; es waltet irgend ein Etwas darüber. Wer oder was dieses sei, wissen sie noch nicht; soll es einen Namen bekommen, so mag es vorderhand „Imperium" heißen.

Weiter im Walde vordringend finden sie wirres Gestrüpp, gelangen aber nachher an einen Fleck, wo auch in der Aufeinanderfolge der Sträucher sich eine regelmäßige Wiederkehr offenbart, und sie können nicht umhin, zu sagen: Wir sehen auch hier etwas Beherrschtes vor uns; diese Ordnung ist auf ein „Imperium Nr. 2" zurückzuführen.

Darauf bringt ihre Wanderung sie an einen dritten Ort, wo die Straucherperiode der zweiten in die Baumperiode der ersten Stelle eingeordnet erscheint, so zwar, daß jede für sich besteht, beide sich aber zusammenfügen zu einer allgemeineren Ordnung, von der sie beherrscht sind. Da fragen die Leute sich: Ist das Imperium Nr. 1 das gleiche wie das Imperium Nr. 2, oder steht hinter ihnen eine Herrschaft, die sie beide regiert? — Mag der eine Ansiedler dies, der andere jenes denken, so wird doch keiner bei der nackten Feststellung: Die Bäume stehen in Perioden, die Sträucher stehen in Perioden, jene ordnen sich dieser ein, schlechthin stehen bleiben, sondern jeder wird diese Tatsache betrachten als untertänig irgend einem beherrschenden Etwas — wobei es übrigens nicht im mindesten erforderlich ist, daß letzteres etwa selber irgend einer Periode, einer Regierung gehorchen müßte. —

Angesiedelt ist der Mensch an einer kleinen Stelle des „Urwaldes", der Kosmos heißt, und dringt in ihn ein. Er bemerkt in ihm Zustände und Zustandsänderungen, deren Wildnis ihn oft genug jede Regel vermissen, da und dort aber dennoch das Obwalten einer Periode erkennen läßt, wie das z. B. schon der Wechsel seiner eigenen Empfindungen, dann aber namentlich der

Wechsel von Tag und Nacht, von Sommer und Winter ist. Jedoch bringt er auch selber periodische Zustandsänderungen noch eigens hervor durch Herstellung von Apparaten, die er „Uhren“ nennt, und er findet, daß diese Perioden sich den periodischen Zustandsfolgen, welche nicht Menschenwerk, sondern kosmischer Natur sind, um so gleichmäßiger unterwerfen, je mehr sie von „äußeren Einwirkungen“ befreit werden.

In der Beobachtung seines kosmischen Urwaldes fortschreitend, erkennt er immer noch mehr periodische Zustandsfolgen, die untereinander verschieden sind und sich dennoch einer größeren Periode so einordnen, daß die Unterschiede in beliebig enge Grenzen eingeschlossen werden können. — Über die Abweichung des Sonnentages vom Sterntage herrscht die Periode des Jahres; andere periodische Zustandsänderungen zeigt die Stellungnahme der Planeten unter den Fixsternen, andere der Lichtwechsel mehrerer veränderlichen Sterne, hervorgebracht durch zyklischen Ortswechsel ihrer Akoluthe, andere die Vibration jedes Schallkörpers, jeder elektrischen Entladung, jeder Lichtwelle im Spektrum. Und dabei sind sie insgesamt von einem „Imperium“ beherrscht, das sie alle zusammenfügt. Mögen die Perioden unter sich rational oder irrational sein: sie lassen sich doch, ebenso wie die rationalen und irrationalen Zahlen in das Kontinuum der reellen Zahlen hineinfallen, in ein und dasselbe *Kontinuum* einstellen, welches über sie alle das Imperium besitzt, sie beherrscht und in sich beherbergt. Kein Wunder, daß der Mensch zur Annahme einer solchen Universalgemeinde aller Perioden gelangt. Welchen *Namen* er ihr gibt, ist gleichgültig; im Deutschen heißt er „*Zeit*“.

Ist die Idee einer Universalgemeinde für alle *periodischen* Zustandsänderungen erworben, so fallen in diese Gemeinde alle *Teile* der Perioden, d. h. alle darin enthaltenen einzelnen Zustandsänderungen hinein, und man kann gar nicht umhin, überhaupt jede Zustandsänderung, gleichgültig, ob sie schon einer *erkannten Periode* angehört oder nicht, demselben Gemeinwesen einzuverleiben. Sobald das geschehen, ist jener Gedankenweg zurückgelegt, der bei den „Zustandsänderungen“ beginnt und bei der „Zeit“ endet. — Ob man den hier vorgewiesenen einschlagen oder einen anderen Weg wählen oder sich sonst behelfen mag, steht natürlich im Belieben. Jede „Evidenz“ hat ja einen subjektiven Einschlag.

Weyl spricht von einer früher (S. 24) schon angeführten Stelle von „einer Tatsache, sie mag so *dunkel* und *rätselhaft* für die Vernunft sein, als sie will“, und meint damit die zwangsweise Einordnung der *Bewußtseinsinhalte* in die Form von mehrfachen „Jetzten“. Der vorstehend erörterte Zwang, unter dem wir aus „Zustandsfolgen“ die „Zeit“ konstruieren, enthält meines Erachtens nicht *mehr* Dunkel und nicht weniger Helle, als der allgemeine Zwang, zufolgedessen der vernünftige Mensch aus einer erkannten *Ordnung* der Ereignisse das Obwalten eines Imperiums folgert. Den Schritt vom Imperium zum Imperator zu tun, gehört nicht *hierher* und wäre auch nicht gerade *meine* Sache. Nur noch über das „Herausreißen“ und das „Objektivieren“ scheinen mir einige Bemerkungen am Platze.

Weyl „reißt sich in der Reflexion heraus aus dem Bewußtseinsstrom", stellt dessen Gehalt „sich als ein Objekt gegenüber" und kommt damit zu einem „zeitlichen Ablauf, dessen Stadien in der Beziehung des früher und später zueinander stehen". Dieses „Sichherausreißen" aus dem „Strom der Erlebnisse" könnte nun auch, wie schon erwähnt, eine intelligente Weltmonas tun, und wenn deren Intellekt nicht tiefer stände als der menschliche, so würde sie in ihrem Erlebnisstrom auch die periodische Ordnung der Zustandsfolgen erkennen. Wenn sodann diese Erkenntnis denselben Zwang, wie auf den Menschen, auch auf sie, auf die intelligente Weltmonas, ausübte, so würde diese sich ebenfalls „in der Reflexion aus dem Strom ihrer Erlebnisse herausreißen" und sie alle in einen „objektiven zeitlichen Ablauf", in ein „dauerndes Jetzt", d. h. in eine kontinuierliche Folge von „früher und später" hinein projizieren, mit anderen Worten in ein auch für die hypothetische „mens" der Weltmonas „transmental" seiendes Etwas, in die „objektive" Zeit, die „kosmische Zeit", und dann ist der „Gedankenweg" zurückgelegt und vollendet. — In bezug auf irgend einen über-weltlichen Intellekt ist damit natürlich noch gar nichts ausgesagt.

IX. Das Problem der Berechnung von Zeitstrecken.

Übersicht.

A. Welche Bürgschaft besteht dafür, daß Periodizität von Geschehnissen bei Zeitstrecken die benötigte „Gleichheit ohne Identität" sichert? — Weyls Problemstellung und Mahnung zur Vorsicht. — In seiner Gleichung $OP = t \,.\, OE$ wird der Fall $t = 2$ erörtert. — Für den, der an den Scheidewegen Nr. 1, 4 und 25 die a-Bahn einschlägt, würde das Beispiel $t = 2$ eine Aufgabe bedeuten, die einen Sprung ins Leere forderte.

B. Der entgegengesetzte Weg kann zum Ziele führen, erheischt aber noch weitere Voraussetzungen. — Die Relativitätstheorie hat eine verläßliche Brücke zu bauen, die von „Zuständen" und „Zustandsfolgen" hinüberführt zu einem Urteil über Längen von Zeitstrecken. — Hinzuziehung des Kausalitätsprinzips. — Notwendige Ergänzung desselben. — Weyls Stellungnahme. — Wegscheide Nr. 28. — Das Problem $OP = t \,.\, OE$ für beliebige Werte von t.

Um mit Zeitstrecken vertrauenswürdige Meß- und Rechen-
op[illegible]ionen vornehmen zu können, ist aber nicht bloß ein Gedankenweg
nö der von Uhrangaben, d. h. von einer beobachtbaren Wiederkehr

von Geschehnissen hinüberführt zu Aussagen über den Ablauf von Zeitintervallen, sondern außerdem noch (vgl. S. 82 und 84) eine Untersuchung der eigentlichen Grundlage für die Bürgschaft, daß eine beobachtete Periodizität gewisser Geschehnisse auch wirklich betreffs der Zeitstrecken zum gewünschten Ziele führt, nämlich die

Gleichheit ohne Identität

sicherstellt. Hierfür wird es dienlich sein, eine Ausführung Weyls beizuziehen, welche sich an die S. 79 f. angeführten Sätze anschließt und lautet:

„Bei gegebener Einheitsstrecke OE wird durch die Relation

$$OP = t \, . \, OE$$

eine umkehrbar eindeutige Korrespondenz zwischen den Zeitpunkten P [bzw. der variablen Zeitstrecke OP] und den Zahlen t hergestellt; wir sprechen von P geradezu als von dem »Zeitpunkte t«; genauer heißt t die Abszisse von P[1]) . . . Für das Messen wesentlich ist der Unterschied zwischen dem »Geben« eines Gegenstandes durch individuelle Aufweisung einerseits, auf begrifflichem Wege andererseits. Das letzte ist immer nur relativ zu Gegenständen möglich, die unmittelbar aufgewiesen werden müssen. Deshalb ist mit dem Messen immer eine Relativitätstheorie verknüpft. Ihr Problem stellt sich allgemein für ein beliebiges Gegenstandsgebiet so: 1. Was muß aufgewiesen werden, um relativ dazu auf begrifflichem Wege jeden Gegenstand P des in Frage stehenden Gebietes geben zu können? Das Aufzuweisende heißt das Koordinatensystem, die begriffliche Definition die Koordinate (oder Abszisse) von P in jenem Koordinatensystem. Zwei verschiedene Koordinatensysteme sind objektiv völlig gleichwertig . . . 2. Welcher gesetzmäßige Zusammenhang findet zwischen den Koordinaten eines und desselben willkürlichen Gegenstandes P in zwei verschiedenen Koordinatensystemen statt? — Hier im Gebiet der Zeitpunkte beantwortet sich die erste Frage dahin: das Koordinatensystem besteht aus einer Zeitstrecke OE (Anfangspunkt und Maßeinheit); die zweite aber durch die Transformationsformel:

$$t = at' + b \qquad (a > o),$$

in welcher a, b Konstanten sind und t, t' die Koordinaten desselben willkürlichen Punktes P in einem ersten, »ungestrichenen« und einem zweiten, »gestrichenen« Koordinatensystem."

Von solchem Standpunkte aus könnte schlankweg das „Transformieren" der Koordinatensysteme beginnen und geübt werden ganz nach Belieben weiter und weiter, vorwärts und rückwärts. Diese Arbeit ist eine rein mathematische. Aber Weyl bemerkt am Schlusse des betreffenden Abschnittes (S. 9) mahnend:

„Gerade dem Mathematiker, der in seiner ausgebildeten Wissenschaft in strenger und formaler Weise mit seinen Begriffen operiert, tut es not, von Zeit zu Zeit daran erinnert zu werden, daß die Ursprünge in dunklere Tiefen zurückweisen, als er sie mit seinen Methoden zu fassen vermag."

---

[1]) Vgl. die Anmerkung zu S. 32.

Gewiß ist das richtig; darum aber erscheint es — damit das Messen, das Operieren mit Maßzahlen, das Transformieren von Gleichungen nicht wie ein leeres Gedankenwerk und Formelspiel in der Luft schwebe — besonders empfehlenswert, den Zusammenhalt mit der physikalischen Wirklichkeit durch Elementaranalyse der Begriffe und Schlüsse deutlich ins Licht zu setzen. Reiten auf dem hier vorliegenden Plan mag der Mathematiker zielbewußt und kunstgerecht, aber aufs Pferd helfen muß ihm doch erst die Physik. —

Vorhin haben wir in Weyls Gleichung:

$$OP = t . OE$$

den besonderen Fall $t = 1$ ins Auge gefaßt und gefunden, daß wir dadurch nicht vom Fleck kommen, weil die „Gleichheit" in diesem Falle zur trivialen Dieselbigkeit degeneriert. Geben wir also, um möglichst einfach zu bleiben, der Zahl t den Wert 2, so haben wir die Relation

$$OP = 2 . OE$$

und müssen nun zusehen, wie wir uns überhaupt auf eine rechtmäßige Art in den Besitz der Zeitstrecke $2 . OE$ setzen. — Steht uns dafür weiter nichts zu Gebote, als wiederum bloß „Zustände" und deren Aufeinanderfolge, so wäre als erstes Erfordernis aufzustellen, daß der mit dem Zeitpunkt E verknüpfte „Zustand" (nebst der nötigen Anzahl seiner Vorgänger) in einem von E erkennbar verschiedenen Zeitpunkte F als nochmals vorhanden erkannt würde.

Wer das annimmt, hat eben Zustände wahrgenommen und hat zwischen O und F deren je zwei (einen im Intervall OE und einen im Intervall EF) als unterschiedslos eingeschätzt. Sein ganzer Erfahrungsbesitz besteht also bloß in der Kenntnis von Zuständen und deren Wiederkehr! Von da her bis zu einem Urteil über ein etwaiges transmentales Etwas namens „Zeitverlauf", „Zeitstrecke" und deren „Längen"-Ausdehnung wäre nun aber gerade noch der vorhin beschriebene „Gedankenweg" — oder ein äquivalenter Ersatz dafür — zurückzulegen. Diesen einzuschlagen werden jedoch manche ablehnen, jedenfalls alle diejenigen, die sich auf den Straßen 1 a, 4 a, 25 a befinden und somit der „Zeit" überhaupt keine transmentale Geltung beilegen. Diese würden ja offenbar einen Weg oder vielmehr einen Sprung ins Nichts machen.

B. Die entsprechenden b-Leute hingegen können sich der Führung anschließen und kommen dabei auf einen Boden, dem sie transmentales Dasein zuerkennen. Reichen sie aber damit schon aus für den hier erstrebten Zweck? — Überlegen wir:

Soll die Aussage: $OP = 2 . OE$

wahr sein, so heißt das nichts anderes als $OP = OE + OE$, und das trifft zu, wenn

$$OE + OE = OE + EF,$$

also

$$OE = EF,$$

also P identisch mit F ist. Die ganze Sache hängt daher letztlich an der Frage, wie man dahin komme, $OE = EF$, d. h. bei Zeitstrecken eine

Längengleichheit ohne Identität

zu behaupten, und zwar lediglich auf Grund von Wahrnehmungen gewisser „Zustände"!

Die Straße 25b läßt, genau besehen, ihrem Wanderer die Möglichkeit offen, die Zeitstrecken OE und EF nebst allen ihnen anhaftenden Eigenschaften (die „Länge" mit eingeschlossen) einer „intramentalen" Beachtung und Erwägung zu unterziehen, andererseits stellt sie ihm aber auch frei — und gerade darum handelt es sich hier — OE und EF als transmentale Etwasse ins Auge zu fassen. Geschieht letzteres, so steht man sofort an der Wegscheide 26. Wer dort die a-Seite wählt, also die genannten Zeitlängen als Objekte nimmt, die von Zustandsänderungen im transmental Seienden unabhängig sind, hat sofort feste Vergleichsobjekte, und die reine Tatsachenfrage, ob

$$OE \gtreqless EF$$

sei, hängt lediglich von den Strecken OE und EF selber ab. Sind deren Längen hingegen — gemäß 26b abhängig von gewissen Zustandsänderungen im transmental Seienden, so bilden sie keine festen Vergleichsobjekte mehr, und die obige Frage kann überhaupt noch gar nicht gestellt werden, wenn nicht vorher die Abhängigkeit jeder der beiden Zeitlängen von den für sie in Betracht kommenden Zuständen eindeutig festgestellt ist. — In mathematischer Ausdrucksweise würde das Problem heißen:

$$OE = f(a, b, c \ldots); \quad EF = g(p, q, r \ldots); \quad OE \gtreqless EF?$$

Diese Fragestellung ist ohne hinlängliche Angaben über die Bedeutung der Symbole f, a, b, c, g, p, q, r sinnlos. Darum tut sich in der Richtung 26b noch kein Erfolg verheißender Weg auf, um bei Zeitstrecken zu einer „Längengleichheit ohne Identität" zu gelangen. Die „Abhängigkeit" ist zu unbestimmt, man wird sie daher einschränken und auf „Einzeldinge" übertragen, auf solche, wie sie bei der Wegscheide 27 ins Auge gefaßt sind. Dann mündet 26b in 27b ein nd es bleibt, um die kritische Frage vorbringen zu dürfen, nur meh ne kleinere Anzahl der vorhin aufgezählten Symbole ihrem Sinne ch festzustellen. Dies zu tun bildet eines der wichtigsten Ziele, w he

die Relativitätstheorie verfolgt, und hiermit mögen auch wohl die erwähnten Äußerungen Jakobs im Zusammenhang stehen.

Nun aber bieten die Vorbedingungen zur vernünftigen Stellung einer Frage im allgemeinen noch keinen Weg dar, sie auch zu beantworten; das ist und bleibt dabei eine Sache für sich. — Um bei dem hier vorliegenden Problem

$$OE \gtreqless EF? \text{ das Ergebnis } OE = EF$$

herauszuarbeiten, sind uns als Hilfsmittel „Zustände" bzw. „Zustandsfolgen" dargeboten. Welche Hilfe leisten die denn, um über die Länge der Zeitstrecken ein Urteil zu bilden? Wie baut sich die Brücke zwischen diesen „in genere" so verschiedenen Dingen?

Darauf hat Weyl schon hingewiesen mit der auf S. 82 zitierten kurzen Einschaltung: „unter Hinzuziehung des Kausalitätsprinzips". Leider gehört aber gerade das Kausalitätsprinzip, wie schon gesagt, nach Inhalt und Geltung zu den umstrittensten Problemen der Philosophie. Geltung muß Weyl ihm ja wohl zuschreiben, sonst wäre seine „Hinzuziehung" einfach zwecklos; aber welchen Inhalt soll es haben, um hier überhaupt einen Dienst leisten zu können?

Die üblichen Formen: „Keine Veränderung ohne Ursache", „jede Ursache erzwingt die adäquate Wirkung", „gleiche Ursachen haben gleiche Wirkungen" (vgl. auch die Form S. 15) helfen gar nichts, da sie weder im allgemeinen die Idee der Zeit, noch insbesondere die Länge von Zeitstrecken in ihre Aussage mit aufnehmen.

Darauf aber kommt es hier gerade an. Es muß also dem Kausalitätsprinzip ein weiterer Gedanke eingefügt werden, der nun aber an und für sich, je nachdem man ihn annimmt oder ablehnt, selber wieder eine neue Scheidung darstellt. Dieser könnte etwa folgendermaßen ausgedrückt werden:

28. Gleiche Zustände auf physikalischem Gebiet können gleiche Zustandsänderungen
 a) nur in gleich langen,
 b) nicht nur in gleich langen,

 sondern auch in ungleich langen Zeitstrecken bewirken.

Wer sich hier auf den *b*-Weg begibt, hat offenbar gar keine Aussicht, Weyls „objektives Kriterium" zu irgend einem bündigen Schlusse über Gleichheit oder Ungleichheit von Zeitstrecken benutzen zu können; der Schließmuskel ist lahm. Nun bilden aber Größenbeziehungen zwischen Zeitstrecken einen hochwichtigen Betrachtungsgegenstand in der Relativitätstheorie, und so muß jeder, der sie vertritt, und der zur Zeitvergleichung sich lediglich auf „Zustandsfolgen" (subjektiver

oder objektiver Art) angewiesen sieht, notgedrungen auf dem Grundsatz 28a Fuß fassen [1]). Dieser erst bildet zwischen Zustandsänderungen und Zeitstrecken einen Steg. Beschreitet man ihn, so ist das nächste Ziel: temporale „Längengleichheit ohne Identität", im Prinzip erreicht, und es erscheint nicht mehr nötig, zu $t = 1$ und $t = 2$ auch noch für andere Werte von t den Gedankengang eigens zu erörtern. Das eigentlich Wichtige an der Sache war die Lösung des Additionsproblems:

$$OE + EF = 2\,OE.$$

Durch weitere Addition und durch Verkleinerung bzw. Umwechslung der Einheitsstrecke OE läßt sich dem Weylschen Problem

$$OP = t \,.\, OE$$

mit beliebiger Genauigkeit beikommen. Sobald t feststeht und OE feststeht, steht auch OP fest. Diese Art des Feststellens bezeichnet Weyl auf die übliche Weise als Zeitmessung unter Zugrundelegung eines „Koordinatensystems".

X. Das Problem zeitlicher Koordinaten.

Übersicht.

A. Benutzung von Koordinatensystemen in der Physik. — Erstes Erfordernis: der Koordinatenanfangspunkt. — Wie kann man irgend einen Zeitpunkt überhaupt von allen übrigen aussondern und kennzeichnen? — Der Tripel *ZRM*. — Geschehnisse, Bewegungen. — Warum eine Mehrheit von Bewegungen bzw. Geschehnissen erforderlich ist, um durch ihre Gleichzeitigkeit einen ausgewählten Zeitpunkt vor anderen zu kennzeichnen. — Untauglichkeit periodischer Geschehnisse zur Kennzeichnung des Koordinatenanfangs. — Wegscheide Nr. 29. — Aus einer strengen und folgerichtigen Ausschaltung des Begriffs der „Gleichzeitigkeit" ergäbe sich, daß in jedem „Jetzt" überhaupt nur ein einziges Geschehnis vorkommen könnte. — Unterschied zwischen einem „Geschehnis" und seiner „Wahrnehmung". — Kosmische Zeit und Eigenzeit. — Weyls Differentialgleichung. — „Kosmische" und „absolute" Zeit. — Wegscheide Nr. 30.

B. Zweites Erfordernis: Festlegung einer „Einheitsstrecke". — Hierfür müssen zwei Punkte, Anfang und Ende, eindeutig gekennzeichnet sein. — Bezugsetzung zur Lichtgeschwindigkeit. — Weyls „Translation" von Zeitstrecken. — Gilt dabei die Strecken-„Länge" als etwas „Absolutes"? — Was in der Weylschen Differentialgleichung konstant und was variabel ist.

---

[1]) Daß Weyl dies tut, geht auch hervor aus seiner vorhin angeführten Äußerung: „Jede Periode hat die gleiche Zeitdauer."

A. Mancherlei gehört dazu, um in der theoretischen Physik ein „Koordinatensystem" benutzen zu können. Handelt es sich, wie im vorliegenden Zusammenhang, eigens um Inbetrachtnahme von zeitlichen Größen, so sind vornehmlich zwei Dinge ins Auge zu fassen, nämlich ein „Anfangspunkt" und eine „Maßeinheit". Beide sind willkürlich wählbar.

Zuerst also ein Anfangspunkt.

Dem Mathematiker, sofern er bloß rechnen soll, erwächst aus dieser Wahl keine Sorge, aber auf dem Gebiet des Verlaufs der Weltereignisse — und darauf kommt es doch an — erscheint sie als ein Problem, das keineswegs einfach ist. Aus dem vierdimensionalen Koordinatensystem des Weltgeschehens, wie die Relativitätstheorie es benutzt, kann man durch besondere Einschränkungen ein rein zeitliches herausschälen. Als „Anfangspunkt" desselben muß irgend ein „Augenblick" dienen. Man soll ihn „wählen". Wie macht man das? — Durch den Akt des „Wählens" zeichnet man ihn als den „gewählten" aus vor der Menge der zur Verfügung stehenden, aber nicht gewählten Augenblicke. Vermöchte das jemand fertig zu bringen: worin sollte das den „gewählten" auszeichnende Merkmal denn bestehen?

Die Zeit ist doch „homogen"; kein Augenblick ist im Besitz eines angebbaren Merkmals, das nicht jedem anderen auch zu eigen wäre. Wenn nun derjenige, der den Wahlakt vollziehen soll, nirgends ein etwa schon vorhandenes Merkmal erspähen kann, so müßte er dem Objekt seiner Wahl ein Unterscheidungszeichen erst aufprägen. Wer aber kann das? Und gesetzt, es gelänge, gesetzt, der gewählte „Anfangspunkt" besäße nachher tatsächlich ein ihn auszeichnendes Merkmal, so wäre von da ab die Zeit auch nicht mehr „homogen"! — Kurz gesagt: Kein Zeitpunkt hat an und für sich ein ihm eigenes Gesicht, und niemand kann ihm eins aufheften.

Trotzdem aber muß eine Verschiedenheit der Augenblicke vorhanden sein, eine solche, durch welche ihre Identität zerstört wird (vgl. S. 36 ff.) Uns Menschen aber fehlen die Organe, um diese Verschiedenheit wahrzunehmen, und fehlen Worte, um sie zu kennzeichnen. Desungeachtet sehen wir uns genötigt, einen besonderen Augenblick als „Anfangspunkt" auszuwählen und irgendwie kenntlich zu machen.

Auf welche Weise erzielen wir das?

Wir nehmen die Beziehung zu Hilfe, welche die „Augenblicke" einerseits zu den „Orten", andererseits zur „Materie" haben, und die schon gleich in dem Satze zum Ausdruck gekommen sind, mit dem Weyl seine Erörterungen begann. Ich habe sie in der Einleitung zu gegenwärtiger Arbeit sowie auch in späteren Abschnitten in Form des Tripels Z, R, M eingehend behandelt. Kurz: Man geht dazu über, die

Zeitpunkte mit beobachtbaren Geschehnissen zu verbinden, eine Verbindung, von der auch schon S. 37 die Rede war. — Am nächsten zur Kennzeichnung „ausgewählter" Augenblicke liegen für uns Erdenmenschen solche Geschehnisse, die mit der Sonne zusammenhängen [1]), und so wird deren Eintritt in den Ortsmeridian als Kennzeichen eines Tagespunktes, ihr Eintritt in den Äquator als Kennzeichen eines Jahrespunktes benutzt. Zieht man, was für gewisse Zwecke notwendig ist, ein nicht periodisches Geschehnis vor, so wird dafür das Datum der Geburt Christi gewählt oder die Wanderung Mohammeds von Mekka nach Medina oder die Gründung Roms u. dgl.

Nun aber überhaupt: Wieso vermag ein Geschehnis dem Menschen einen Augenblick zu kennzeichnen, ihn aus dem zeitlichen Kontinuum punktuell herauszuheben?

Das ist, wie im vorigen bereits angedeutet, dann möglich, wenn dieses Geschehnis die Eigenart einer Bewegung besitzt. — Faßt man nämlich ein „bestimmtes Materiestück" M_1 und einen „bestimmten Ort" R_1 ins Auge, und ist M_1 bewegt, so ist durch M_1 und R_1 der Augenblick Z_1 eindeutig festgelegt. Dies trifft bloß dann nicht zu, wenn die Bewegung von M_1 sich (auf genau gleiche Weise) wiederholt, wenn sie etwa periodisch stattfindet; denn dadurch entsteht eine Vielfältigkeit von Augenblicken, die das gleiche Merkmal an sich tragen, entsteht also Unsicherheit und Wirrwarr. Darum wird man, um diesen Übelstand bei der „Bestimmung" eines Zeitpunktes auszuschalten, mehrere Materiestücke M_2, M_3 usw., desgleichen auch mehrere Orte R_2, R_3 usw. ins Auge fassen und sie mit ein und demselben Augenblicke kombinieren müssen. Ausdehnen kann man dieses Verfahren auf beliebig viele bewegte „Materiestücke" und beliebig viele „Orte", so daß man schließlich zusammenfassend reden kann von dem „Zustand", den das ganze Weltall hat in dem als „Anfangspunkt" auszuwählenden Augenblick. Durch diesen „Zustand" ist der betreffende Augenblick äußerlich, d. h. in der Mannigfaltigkeit des Weltgeschehens (unter noch einem besonderen Vorbehalt) eindeutig gekennzeichnet.

Die Elementaranalyse dieses Gedankens greift zurück auf alle Grundsätze, die in den ersten acht (von den Augenblicken handelnden) Wegscheiden paarweise zusammengestellt sind; für die Feststellung eines temporalen Koordinatenanfangs bedarf es aber noch eines weiteren Fundaments.

Wie oben bemerkt, ist der Augenblick Z_1 durch die Kombin[illegible]on von R_1 und M_1 dann nicht eindeutig gekennzeichnet, wenn [illegible]ie

[1]) Ob diese Ereignisse streng genommen an die Rotation und Revo[illegible]on der Erde gebunden sind, kommt hier nicht in Betracht.

Zusammenstellung R_1, M_1 eine wiederkehrende ist. So kehrt ja eine ausgewählte Zeigerstellung der Uhr jeden Tag zweimal wieder, kennzeichnet also den Augenblick nicht eindeutig. Bei der Sonnenuhr ist das anders, aber auch sie legt ihn nur für die Spanne eines Tages fest und müßte, um ihn für ein volles Jahr festzulegen, schon noch eine besondere Einrichtung besitzen. Doch auch das ist, weil die gleiche Einstellung von R und M sich jährlich wiederholt, keine eindeutige Kennzeichnung. Und so sieht man, daß die Festlegung eines „Koordinatenanfangspunktes", sofern das „Weltgeschehen" einer zeitbezüglichen Messung und Rechnung unterzogen werden soll, keineswegs eine glatte Sache ist.

Der eigentliche Kernpunkt aber ist prinzipieller Natur, und dieses Prinzip läßt sich schon an der Zusammenstellung zweier Augenblicksbestimmungen darlegen. Soll der Tripel $Z_1 R_1 M_1$ durch „Aufweisen" von R_1 und M_1 den Augenblick Z_1 festlegen, und soll, um dessen Vieldeutigkeit[1]) einzuschränken, ein zweiter Tripel $Z_1 R_2 M_2$ Dienst tun, so heißt das: der Ort R_1 wird von M_1, und der Ort R_2 wird von M_2 „erfüllt" in ein und demselben Augenblick Z_1, also gleichzeitig. Hiernach erscheint

die Idee der Gleichzeitigkeit

als eine grundlegende Voraussetzung bei der eindeutigen Bestimmung des temporalen Koordinatenanfangspunktes. — Herrscht darüber aber nur einerlei Meinung? — Daß auch die entgegengesetzte Anschauung recht nachdrücklich betont worden, ist vorhin erwähnt, und so haben wir hier den Scheideweg:

29. Zur eindeutigen Kennzeichnung eines zeitlichen Koordinatenanfangspunktes ist es
    a) notwendig,
    b) nicht notwendig

    die Gleichzeitigkeit mehrerer Ereignisse zu Hilfe zu nehmen.

Die Vertreter des a-Grundsatzes können „Geschehnisse" in beliebiger Menge zusammenfügen und schließlich den Gesamtzustand der Welt zur eindeutigen Kennzeichnung eines Augenblicks benutzen, müssen dabei aber voraussetzen, daß er als Ganzes nicht wiederkehre. Denn dann wäre er prinzipiell ebenso untauglich für seinen umfassenden Zweck, wie es die Zeigerstellung einer Taschenuhr ist. Ob die „Periode" nur etliche Stunden oder ob sie Äonen hindurch da ert, macht hierbei keinen durchschlagenden Unterschied. Und in

---

1) Die unter anderem auf dem Umstande beruht, daß der Tripel 111 die Tripel 211, 311 usw. nicht ausschließt. Vgl. auch S. 21, Anm. und insbe ndere S. 56 bei Nr. 3.

der Tat könnte die Wiederkehr eines Gesamtzustandes in der Welt überhaupt keine einmalige, sondern müßte eine *periodische* sein, sofern das Kausalgesetz darüber herrscht in der Form: Gleiche Ursachen haben stets gleiche Wirkungen.

Den Vertretern des b-Grundsatzes aber liegt es, bevor sie einen Anfangspunkt für Zeitkoordinaten *überhaupt in die Betrachtung einführen*, augenscheinlich ob zu zeigen, auf welche Weise sie innerhalb eines „homogenen" Zeitkontinuums überhaupt irgend *einen* Augenblick, dem sie die Rolle dieses „Anfangspunktes" übertragen, so kennzeichnen wollen, daß er aus der Gesamtheit des Kontinuums auftaucht. Gewiß könnten sie sagen: Wir kombinieren den betreffenden Augenblick mit einem so *einzigartigen* Geschehnis, daß dessen Wiederkehr ausgeschaltet erscheint, wie z. B. mit der Geburt Christi. Gesetzt, das gelänge, so fragt sich dennoch, ob „die **Idee der Gleichzeitigkeit" damit** schon *ausgeschaltet* ist. Man wird zu überlegen haben, ob bei solch einem Geschehnis das Kontinuum der Zeitfolge (gerade wegen Mangels der Gleichzeitigkeit) nicht eine Unstetigkeitsstelle aufweisen müßte, ob nicht, mathematisch ausgedrückt, die Zeitkoordinaten des profanen Weltgeschehens von negativen zu positiven Werten übergehen oder vielmehr überspringen müßten, da sie die *Null* nicht treffen! Es hätte ante und post Christum natum allerlei geschehen können, aber gerade in jenem ausgesuchten Moment, d. h. *gleichzeitig* mit der Geburt Christi, dürfte in der Welt sonst *nichts* sich ereignen.

Wodurch wäre dann also der Koordinatenanfang gekennzeichnet?

Nicht durch irgend ein ihm selbst im homogenen Zeitkontinuum anhaftendes Sondermerkmal (solche zu erkennen und zu beschreiben, haben wir ja gar keine Mittel), sondern durch ein gewisses, in dem betreffenden Augenblick stattfindendes Geschehnis, und besonders noch dadurch, daß in diesem merkwürdigen Augenblick eben nur dieses einzige (aller *Gleich*zeitigkeit entrückte) Geschehnis sich vollzog.

Aber nein! — Man kann ja weiter gehen und sagen: Bei grundsätzlicher Ausschaltung der „Gleichzeitigkeit" kann überhaupt in **jedem** Augenblick nur **ein** Geschehnis in der Welt vorkommen!

Wer diese Folgerung absurd findet: wie hilft der sich? — Er wird wohl nicht umhin können, für den (schon S. 33, Anmerk., erwähnten) Satz *Weyls*:

> „In anschaulicher Hinsicht mutet das *Einsteinsche* Relativitätsprinzip uns zu, den Glauben an die objektive Bedeutung der Gleichzeitigkeit abzulegen; in der Befreiung von diesem Dogma liegt die große Tat *Einsteins*, die seinen Namen neben den des *Kopernikus* stellt",

und zwar insbesondere für das darin betonte Wort „Gleichzeitigkeit" einen anderen Sinn zu suchen, als in dem es sonst gebräuchlich

Oder aber, er wendet vielleicht ein: Es ist ja doch wahr, daß in jedem Augenblick nur ein Geschehnis vorkommen kann, nämlich der Übergang des Universums von einem „Zustand" in einen anderen! — Dann läßt er außer Erwägung, daß dieses eine Geschehnis ein Kollektivum ist, zusammengesetzt aus zahllos vielen einzelnen Geschehnissen, wie ja z. B. im Verlauf des Krieges bei weit ausgedehntem Trommelfeuer viele Schüsse gleichzeitig losgegangen sind, und auch wohl viele Menschen gleichzeitig gestorben sein mögen.

Daß übrigens die Gleichzeitigkeit zweier Geschehnisse etwas ganz anderes ist als die Gleichzeitigkeit ihrer Wahrnehmung oder als die Gleichheit der zahlenmäßigen Ergebnisse, die der oder jener bei Ausmessung ihres Abstandes vom „Koordinatenanfangspunkte" erhalten kann oder erhält, braucht wohl nicht betont zu werden. — Weyl unterscheidet (a. a. O., S. 197) das Differential der „kosmischen Zeit dt" vom Differential der „Eigenzeit ds", zwischen denen er (S. 147) die Gleichung

$$ds = dt\sqrt{1 - v^2}$$

abgeleitet hat. Es ergibt sich aus dieser, daß die „Eigenzeit" hinter der „kosmischen" zurückbleiben muß. Ich kann hier nicht näher darauf eingehen und möchte nur bemerken, daß diese Relation eine kosmische „Gleichzeitigkeit" keineswegs behindert und auch die Gleichheit zweier Werte für die „Eigenzeit" zuläßt, da für eine solche nur die Gleichheit der „Relativgeschwindigkeit" v vorausgesetzt wird. Dabei darf nicht übersehen werden, daß s, t und v nichts anderes als Zahl-Zeichen sind. Stellt Weyls Gleichung die Zahl s als Funktion von t und v dar, so wurde dabei demjenigen Objekt, zu welchem die Maßzahl v gehört, der Charakter der „Relativität" ausdrücklich beigelegt, und so bleibt nur die Frage, ob dieser Charakter auch dem zu t gehörigen Objekt zukomme, welches den Namen „kosmische Zeit" hat.

Unter diesem Namen kann füglich nichts anderes verstanden sein als eine kontinuierliche Mannigfaltigkeit von „kosmischen Augenblicken" (vgl. S. 27, Anmerk.), dieselbe Mannigfaltigkeit also, die auch maßgebend ist für die „Länge" einer „kosmischen Zeitstrecke". Darum hängt die Frage, ob die „kosmische Zeit" den Charakter der „Relativität" trage, in letzter Instanz ab von der Richtung, die man an der Wegscheide 2 einschlägt.

Kann dort, im Falle es sich um den „kosmischen" Augenblick handelt, die b-Straße gewählt werden? —

ızu wäre ein gewisses X erforderlich von der besonderen Eigensc[illegible], ein „sonstiges", hier also ein ultra- oder trans-„kosmisches" Et[illegible] zu sein. Wer also annimmt, daß es jenseits, außer oder über

dem Kosmos, dem Universum, dem Weltall, noch ein transmental existierendes Etwas gebe, der darf sagen: die Geltung des „kosmischen Augenblicks" ist von diesem Etwas X abhängig. Wer aber das Gegenteil annimmt, muß jeden „kosmischen Augenblick", und damit alles was aus nichts anderem als eben aus „kosmischen Augenblicken" besteht, d. h. alle kontinuierlichen kosmischen „Zeitstrecken", als absolute Etwasse betrachten und verwenden. Dann sind „kosmische Zeit" und „absolute Zeit" einfach gleichbedeutend.

In diesem Sinne darf man nun auch sagen, daß die „relative Zeit" (bzw. ihre Maßzahl s), sofern Weyls Differentialgleichung dafür zutrifft, begriffsgemäß von der Unterstellung einer „absoluten Zeit" (Maßzahl t) abhängig oder nicht abhängig sei, je nach der Richtung, die man einschlägt an der Wegscheide:

30. Außer dem mit dem Namen Kosmos bezeichneten Weltganzen gibt es
  a) noch mindestens ein,
  b) kein
anderes transmental existierendes Etwas.

B. Zum zeitbezüglichen „Koordinatensystem" gehört, wie oben (S. 90) erwähnt, neben dem „Anfangspunkt" — von dem vorstehende Erörterung ausging — auch die „Einheitsstrecke". Von letzterer hier noch einmal ausführlich zu reden, erscheint nicht notwendig, da das soeben von den „Zeitstrecken" im allgemeinen Dargelegte auch von der „Einheitsstrecke" anzunehmen ist. — Zur eindeutigen Kennzeichnung einer Einheitsstrecke wird die eines ihr zukommenden Anfangspunktes **und** eines ihr zukommenden Endpunktes erfordert, welche Kennzeichnungen beide mit den nämlichen Schwierigkeiten verbunden sind, wie die des Koordinatenanfangspunktes. Auch kehrt dabei die Frage wieder, ob die Voraussetzung „absoluter Zeitpunkte" notwendig sei oder nicht.

Soll die „Einheitsstrecke" überhaupt zur Feststellung einer Maßzahl mit Erfolg benutzt werden, so ist dazu offenbar die Befugnis erforderlich, den Begriff der „Gleichheit ohne Dieselbigkeit" anzuwenden, also die Unterstellung, daß innerhalb des Zeitkontinuums die „Einheitsstrecke" übertragbar (Weyls „Translation") sei ohne Längenänderung. Auch dabei kommt das Prinzip der Relativität sehr in Betracht, wenn und insofern weder bei dem Meßwerkzeug, d. h. bei der Einheitsstrecke, noch bei dem Meßobjekt, d. h. der auszumessenden Strecke die „Länge" als etwas „Absolutes" gilt [1]). Vergleichsweise hat

[1]) Weyl schreibt (S. 141, Anm.): „Die Maßeinheiten von Raum- und Zeitlängen sind dabei [nämlich bei gewissen „Fundamentalformen"] so gewählt, daß die Lichtgeschwindigkeit im leeren Raum = 1 wird." Hier gilt

jemand einmal gesagt: Aussichtslos ist es, die Länge der Boa constrictor mit dem Lumbricus agricola als Einheit messen zu wollen, insofern sowohl die Länge der Schlange als die des Wurmes nichts „Absolutes" sind, sondern sich vor, bei und nach dem Meßakt verändern. Unter diesem Gesichtspunkt erscheint es unentbehrlich, bei der Vornahme eines temporalen Meßaktes überhaupt die Geltung irgendwelcher „absoluten" Größen vorauszusetzen, z. B. die der „kosmischen Zeit", kosmischer „Zeitpunkte" und kosmischer „Zeitstrecken".

XI. Das Problem der Vergleichung räumlicher Strecken.

Übersicht.

A. Weyls Einführung der „kongruenten Abbildung". — „Ortsversetzung" als Hilfsmittel zum Vergleich räumlicher Strecken. — Ein und dasselbe „Ding" „bedeckt" zuerst das „Raumstück 𝔖", nachher das „Raumstück 𝔖′". — Der Begriff des „Bedeckens" setzt voraus die transmentale Existenz des „Dinges", welches „bedeckt", und des „Raumstücks", welches „bedeckt wird". — Starrheit des Bedeckenden als Garantie für die Gleichheit der bedeckten räumlichen Strecken.

B. Bedenken gegen die Starrheit. — Weyls Volumgleichung. — Lorentzkontraktion. — Die Länge der Maßstäbe nichts Festes. — Auf rotierenden Scheiben gilt die Euklidische Geometrie nicht. Einstein. Weyl. — Ruhlage des Maßstabes. — Wegscheiden Nr. 31, 32, 33. — Haas betont die Schwierigkeiten bei Vergleichung von Längen. — Hilbert benutzt den „Maßfaden". — Tangentenlose Kurven von Weierstrass.

C. Sinn der Aussage, ein bewegter Maßstab verkürze seine Länge. — Welches Vergleichsobjekt existiert dafür? — Quecksilberfaden im Thermometer. — Die absolute Raumstrecke als letzte Vergleichsinstanz. — Weyls Griff zur Metaphysik. — Das Problem von Raum und Zeit unterliegt der physikalischen und der metaphysischen Betrachtung. Beide werden gefördert durch die „Elementaranalyse".

A. Das Problem des Vergleichens, Messens und Zählens erstreckt sich nicht bloß über die bisher in den Vordergrund gestellten zeitlichen,

---

diese Geschwindigkeit c als eine „absolute Größe", deren Konstanz dadurch gesichert erscheint, daß der „Raum", durch den hindurch das Licht sich „fortpflanzt", als „leer" vorausgesetzt wird. Dann liefert Weyls Satz eine Gleichung, in der neben der einen Konstanten zwei Variable auftreten. Aus diesem Grunde reicht sie nicht hin, um die „Maßeinheiten von Raum- und Zeitlängen" alle beide eindeutig festzulegen.

sondern nicht minder auch über räumliche Objekte. Bei den zeitlichen hat Weyl die Aussage von der Gleichheit auf periodisch wiederkehrende Zustandsfolgen gegründet, indem er den Grundsatz 28a in den kurzen Satz einkleidete: „Jede Periode hat die gleiche Zeitdauer." — Für die räumlichen Objekte benutzt er (S. 10) zunächst den Begriff der „kongruenten Abbildung", wobei die Grundsätze 10b und 12b vorausgesetzt werden. Er verschiebt „ein Ding" von einem „Raumstück 𝔖", welches er „einnimmt", auf ein anderes 𝔖', und da „entspricht jedem Punkt P in 𝔖 ein bestimmter homologer Punkt P' in 𝔖', der nach jener Ortsversetzung von demselben Teile des gegebenen Gehaltes [d. h. jenes „Dinges"] bedeckt sein würde, der in Wirklichkeit P bedeckt."

Es wird also bald dies, bald jenes „Stück" des transmental seienden Etwasses namens „Raum" „eingenommen", wird „bedeckt" von „genau demselben" (natürlich ebenfalls transmental seienden) „Ding". Nun gibt es aber mancherlei „Dinge", die bei einer „Ortsversetzung" (z. B. ein Luftballon beim Steigen und Fallen) ihre Raumausfüllung erheblich verändern; darum sagt Weyl gleich nachher einschränkend (ich unterstreiche die kennzeichnenden Worte):

„Es ist der Glaube vernünftig zu rechtfertigen, daß ein als starr erprobter Körper — d. h. ein solcher, der, wie wir ihn auch bewegen und bearbeiten mögen, uns immer wieder genau so erscheint, wie er vorher war, wenn wir uns selber zu ihm in die richtige Situation bringen — in zwei Lagen, die wir ihm erteilen, diese Idee gleicher Raumstücke realisiert."

B. Aber auch das von der „Starrheit" abgeleitete Kriterium ist kein durchschlagendes und endgültiges; denn im weiteren Verlauf heißt es (S. 138):

„Stoßen wir den ruhenden Körper in einem und demselben Augenblick [also „gleichzeitig" !] an verschiedenen Stellen an, so werden sich diese Stellen in Bewegung setzen; aber da die Wirkung sich [nicht momentan, sondern] höchstens mit Lichtgeschwindigkeit [1] ausbreiten kann, so wird die Bewegung erst allmählich den ganzen übrigen Körper in Mitleidenschaft ziehen. Solange die um die einzelnen Stoßpunkte mit Lichtgeschwindigkeit sich ausbreitenden Kugeln sich noch nicht überdecken, bewegen sich die mitgerissenen

---

[1]) Nach der Relativitätstheorie kann es nämlich überhaupt keine größere Geschwindigkeit geben, als die der Lichtfortpflanzung im leeren Raum. Manche unerwartete Folgerungen lassen sich daraus ziehen: Wenn eine mit Zeitzünder versehene Bombe im Fluge explodiert, so bekommen die nach vorn weggeschleuderten Sprengstücke (gemäß einem bekannten Schwerpunktsatze) ine größere Geschwindigkeit, als die Bombe sie hatte. Eine mit Lichtgeschwi ligkeit fliegende Bombe könnte also entweder 'gar nicht existieren, oder ɔch nicht explodieren, oder wenn sie es täte, so könnte sie keine Scherben ach vorn schleudern, oder — der Satz gilt nicht. (Übrigens wäre dabei ab ıch die „Lorentz-Kontraktion" in Betracht zu ziehen.)

Umgebungen der Stoßpunkte vollständig unabhängig voneinander. Daraus geht hervor, daß es starre Körper im alten Sinne gemäß der Relativitätstheorie nicht geben kann; d. h. es gibt keinen Körper, der bei allen Einwirkungen, denen man ihn aussetzt, immer derselbe bleibt."

Weyl stellt (S. 144) zwei verschiedene Volumina V und V_0 eines und desselben Körpers einander gegenüber [1]). V_0 bezeichnet er als „Ruhvolumen", V ist das Volumen, welches der Körper in einem gewissen Bewegungszustande hat. Letzteres ist eine Funktion der Geschwindigkeit v und berechnet sich nach der Formel:

$$V = V_0 \sqrt{1 - v^2}.$$

Besonders scharf gegen den Begriff des unveränderlich „starren Körpers" ist die berühmte „Lorentz-Kontraktion" gerichtet, diejenige Zusammenziehung, durch welche Lorentz den unerwarteten negativen Ausfall des Michelsonschen Versuches erklärte, und die darin besteht, daß jeder bewegte Körper in der Richtung seiner Bewegung eine Zusammenziehung erfährt. Diese Auffassung hat die Relativitätstheorie angenommen und sogar als Argument gegen die Allgültigkeit der Euklidischen Geometrie benutzt [2]).

---

[1]) Daß der Körper durch Zufuhr von Wärme sein „Volumen" ändert, ist die Sache nicht, um die es sich hier handelt.

[2]) Hierüber schreibt Weyl (S. 175. Ähnlich auch H. Geiringer in den Naturwissenschaften 1918, S. 657): „Durch ein einfaches anschauliches Beispiel kann man sich klar machen, wie die geometrischen Verhältnisse durch Bewegung in Mitleidenschaft gezogen werden. Man versetze eine ebene Scheibe in gleichförmige Rotation. Ich behaupte, wenn in demjenigen Bezugsraum, relativ zu dem hier von gleichförmiger Rotation gesprochen wird, die Euklidische Geometrie gilt, sie auf der rotierenden Scheibe, wenn diese mittels mitbewegter Maßstäbe ausgemessen wird, nicht mehr gilt. Man betrachte nämlich einen um das Rotationszentrum beschriebenen Kreis auf der Scheibe. Sein Radius hat den gleichen Wert, ob ich ihn mittels ruhender oder mitbewegter Maßstäbe messe; denn die Bewegungsrichtung ist senkrecht zu der Längserstreckung des an den Radius angelegten Maßstabes. Hingegen ergibt sich für die Kreisperipherie mittels der mitbewegten Maßstäbe wegen der Lorentz-Kontraktion, welche sie erfahren, ein größerer Wert. Auf der rotierenden Scheibe gilt somit nicht mehr das Euklidische Gesetz, daß der Umfang des Kreises gleich 2π mal dem Radius ist."

Die **Form** dieser Begründung finde ich nicht besonders überzeugend. Beginnt die „ebene Scheibe" — die ja nicht als vollkommen starrer Körper angesehen werden darf — zu rotieren, und unterliegt die Peripherie des Randes oder irgend eines anderen um das Zentrum beschriebenen Kreises der Lorentz-Kontraktion, so wird sie (falls die Zentrifugalkraft nicht das Gegenteil bew[...]t) kürzer, als sie im Ruhezustande war; sie schrumpft ein. Infolged[...]en bilden sich Spannungszustände in der Masse der Scheibe, deren Wirkung d[...]n bestehen kann, daß sie sich krümmt und die Form einer Kalotte oder a[...] einer kegelmantelartigen Rotationsfläche annimmt, die um so spitzer w[...]n müßte, je mehr die Geschwindigkeit wächst. Der unverkürzte Scheiben-

Bei jedem Körper, somit auch bei den Maßstäben, die zur Feststellung der Gleichheit oder Ungleichheit räumlicher Ausdehnung dienen, ist demnach die „Länge" durchaus nichts Festes, sondern sie wechselt von Augenblick zu Augenblick, je nach der Geschwindigkeit, mit welcher der Körper sich bewegt. Auch die Richtung dieser Bewegung und namentlich die Drehung ist nicht ohne Einfluß auf die „Gestalt" des bewegten Körpers. Mit diesem Umstande, der das Messen materieller Objekte und die auf räumliche Ausdehnung bezüglichen Rechnungen problematisch macht, findet Weyl sich ab, indem er (S. 138) schreibt:

„Von einem zur Messung brauchbaren starren Körper (insbesondere einem linealen Maßstabe) verlangen wir, daß er immer wieder, wenn er in einem zulässigen Bezugssystem zur Ruhe gekommen ist [mit oder ohne Kontraktions-„Hysteresis" ?], der gleiche ist, der er vorher war, d. h. die gleichen Ruhmaße (Ruhlängen) besitzt... Wir dürfen annehmen, daß die Maßstäbe..., welche wir anwenden, mit hinreichender Annäherung dieser Forderung genügen... Nur wenn wir die Maßstäbe nicht zu stürmisch bewegen, werden sie in jedem Augenblick ihre Ruhlänge... bewahren. Freilich sind die Beschleunigungsgrenzen, innerhalb deren diese Annahme ohne merklichen Fehler gemacht werden darf, sehr weit gesteckt. Endgültiges und Exaktes darüber kann aber erst eine auf den physikalischen und mechanischen Gesetzen beruhende durchgeführte Dynamik ergeben."

Diese „Dynamik" soll „beruhen" auf „physikalischen Gesetzen". Und worauf beruht denn überhaupt unsere Kenntnis dieser „Gesetze"? — Auf Erfahrungen, die wir bei Beobachtungen und namentlich bei Messungen auf physikalischem Gebiet gemacht haben.

Da wird man doch zusehen müssen, ob nicht ein Zirkel vorliegt in dem Gedanken, daß unser Vertrauen auf die „Exaktheit" unserer Maßstäbe schließlich beruhe auf unserer Zuversicht, daß die mit diesen Maßstäben erhaltenen Maßzahlen (die uns zur Aufstellung der „Gesetze" verholfen haben) richtige sind; richtige Zahlen sind sie aber erst, insofern die benutzten Maßstäbe „exakt" waren. Stützt sich dann

radius wird dabei Seite des Mantels. Soll bei solch einem Vorgange die Scheibe immer noch als „eben" in Geltung bleiben, so müßte der „Bezugsraum", in welchem das der Fall ist, allerdings vom Euklidischen verschieden sein. Ob übrigens die „mitbewegten Maßstäbe" sich verkürzen oder nicht, würde davon abhängen, ob sie in radialer oder tangentialer Richtung auf der Scheibe angebracht sind. Im letzteren Falle findet die Verkürzung bei der „Peripherie" und bei den „Maßstäben" in gleichem Verhältnis statt. Einstein entwickelt das Argument vom rotierenden Kreise a. a. O. S. 12. — Sollte das „Gelten" des „Euklidschen Gesetzes" nicht überhaupt zu prüfen sein unter dem Gesichtspunkt, daß es laute: „Der Kreisumfang ist ceteris paribus gleich 2π mal dem Radius?" — Die Scheibe brauchte übrigens gar nicht zu rotieren; sehr wohl könnte der Konflikt mit dem Euklidschen Satz auch auf andere Weise erzielt und verschiedentlich variiert werden.

nicht die „Exaktheit“ der Meßinstrumente auf die der „Gesetze“, diese auf die der Meßergebnisse, und diese wiederum auf die Meßinstrumente? — Vielleicht!

Zur Analyse der Aussage: „Ein Maßstab, der »in einem zulässigen Bezugssystem« abwechselnd bewegt und »wieder zur Ruhe gekommen« ist, hat in den verschiedenen Augenblicken, in denen er ruht, immer die gleiche Ruhlänge“, wäre noch zu bemerken, daß er in diesen Augenblicken doch nicht immer an ein und dieselbe „Stelle des Raumes“ zurückgekehrt zu sein braucht. Befindet er sich aber an verschiedenen Stellen des Raumes und hat doch die gleiche „Ruhlänge“, so heißt das: die Raumstrecke AB, die er im Augenblicke Z_1 bei seinem Ruhestande Nr. 1 deckt, ist längengleich der damit nicht identischen Raumstrecke $A'B'$, die er im Augenblicke Z_2 bei der Ruhelage Nr. 2 deckt. Da hätten wir also:

räumliche Längengleichheit ohne Identität.

Zur Erzielung dieses fundamentalen Ergebnisses sind aber drei Voraussetzungen erforderlich, von denen die beiden ersten das **deckende**, die dritte das **gedeckte** Etwas betrifft. Das **deckende** Etwas soll verkörpert sein in ein und demselben „Maßstab“, der in dem Intervall zwischen dem Augenblick Z_1 und dem Augenblick Z_2 seinen Bewegungszustand und damit auch seine „Länge“ verändert hat. Bezüglich dieses Maßstabes ist es angesichts der über den Begriff „Materie“ herrschenden Meinungsverschiedenheiten nicht überflüssig zu unterscheiden:

31. Bewegte Materie behält beim Wechsel des Ortes und des Bewegungszustandes ihre Identität
    a) stets,
    b) nicht stets
    insoweit bei, daß sie als Maßstab für Raumlängen dienen kann.

Ferner ist zu trennen:

32. War ein Maßstab mit Bezug auf einen passend gewählten Raum im Augenblicke Z_1 in Ruhe, hat sich dann bewegt und gelangt im Augenblicke Z_2 an einer „anderen Stelle des Raumes“ nochmals zur Ruhe, so ist es
    a) sicher,
    b) nicht sicher,
    daß er „ohne merklichen Fehler“ auch wieder die gleiche Länge hat.

Das **gedeckte** Etwas besteht aus zwei Raumstrecken in verschiedenen „Lagen“ des Raumes. Diese geben — entsprechend der früher (vgl. S. 85) entwickelten, von Zeitstrecken handelnden — Anlaß zu folgender Wegscheide:

33. Die Länge einer Raumstrecke ist von ihren Grenzen und ihrer Form, ist aber

a) nicht abhängig,

b) auch noch abhängig

von einem sonstigen Etwas X, mag es sich dabei um eine Existenz (Materie, Maßstab) oder um ein Geschehnis (Bewegung, Lorentz-Kontraktion) handeln.

Überlegt man sich die Aussichten, zu denen die Straße 33 b hinführt, so bietet sich zunächst folgende dar: Wenn das Meßobjekt an sich, nämlich die „Länge“ einer Raumstrecke (entsprechend auch der Inhalt einer Fläche oder eines Volumens) stets abhängig wäre und bliebe von einem veränderlichen Meßwerkzeug (dem kontraktilen Maßstabe), so würde — ähnlich wie es bei der Zeitmessung der Fall — dem Meßergebnis, d. h. der erhaltenen Maßzahl, der Charakter der Unzuverlässigkeit anhaften. Unzuverlässig wären dann aber auch alle nachherigen Rechnungen, die mit solchen Maßzahlen vorgenommen werden [1]). — Wem dieser Umstand als ein übler erscheint, der wird die Straße 33 a vorziehen.

---

[1]) Schwierigkeiten bei Beurteilung und Vergleichung von „Längen“ gibt es von verschiedener Art, und mehrfach wurden solche schon hervorgehoben. So betont z. B. Haas (a. a. O., S. 125) nachdrücklich das „Vorurteil“, welches darin bestehe, daß „wir in der klassischen, wie auch noch in der Riemannschen Geometrie von Längen schlechthin sprechen, statt uns darauf zu beschränken, immer nur von Längen in einem bestimmten kleinen Bereiche zu reden“. — Welchen Sinn hat denn aber im Gebiet des Räumlichen überhaupt der Ausdruck „kleiner Bereich“? — Haas findet, daß „in einer konsequent durchgeführten Nahegeometrie, ebensowenig wie Richtungen, im allgemeinen auch Längen miteinander verglichen werden können“. Wenn also „zwei einander nahe Punkte A und B gegeben sind“ [Unmittelbar benachbart sind zwei Punkte nie, vielmehr befinden sich zwischen ihnen immer noch unzählbar viele andere Punkte: wie wird denn festgesetzt, was dazu gehört, daß A und B einander „nahe Punkte“ sind?], und wenn „um A herum eine Längeneinheit als Maßstabseinheit gegeben ist“, so müsse uns außerdem noch „eine Größe gegeben sein, die die Übertragung der Maßeinheit von dem um A gelegenen Bereich zu einem beliebigen benachbarten Bereich [B] bestimmt“. — Auch damit ist aber noch nicht alles erschöpft, was für eine zweifelfreie „Längen“messung gefordert werden kann. Würde man in der sogenannten „ebenen Geometrie“ mit einer Haasschen „Maßstabseinheit“ zurechtkommen, so erweist sich solch ein Ding bei gekrümmten Objekten als ungeeignet zur Messung einer „Länge“; daher führt Hilbert (Zweite Mitteilung, S. 2) einen „Maßfaden“ ein. Taugt der denn zweifellos für alle Fälle? — Man kann sich ja vorstellen, daß ein ohne Hindernis biegsames Meßinstrument so angelegt werden kann, daß es bei beliebig gekrümmten Linien in jedem beliebigen Punkte die Richtung der Tangente deckt, daß das zu messende Objekt also nur (was man beim Raum voraussetzt) an sich selber stetig zu

C. Indessen man kann die Sache auch von einer anderen Seite auffassen und nach dem Sinne fragen, der der Aussage: „Ein Maßstab hat bei seiner Bewegung die Länge verkürzt" beizulegen ist. Was denkt man sich bei diesen Worten?

Zunächst wird man wohl sagen: „Die Länge des Stabes ist verkürzt" heißt soviel als: „der Abstand seiner Grenzflächen ist kleiner geworden". — Damit wird man, wie es auch beim „Abstand" von Zeitpunkten der Fall war, auf das schwierige Objekt des „Zwischenbefindlichen" (vgl. unter anderem S. 75 bis 76) verwiesen und steht dort vor neuen Fragen. Um aber überhaupt von einer „Verkleinerung" des Abstandes reden zu können, muß man ihn doch (wenigstens in der Vorstellung) mit irgend etwas „actualiter" vergleichen. Womit denn? — Etwa mit demjenigen Abstande, den die Grenzflächen des Stabes vor seiner Bewegung gehabt haben? — Am Maßstabe selbst ist der aber doch schon gar nicht mehr vorhanden! Wo denn sonst ist er „actualiter" vorhanden oder wo denken wir ihn uns als vorhanden? — Irgendwo muß dieser Abstand doch als noch vorhanden gelten, sonst fehlte für den Akt des Vergleichens das Vergleichsobjekt und somit für obige Aussage von der Tatsache einer stattgefundenen Verkleinerung — genauer eines jetzigen Kleinerseins — die hinreichende Unterlage.

Daß beispielsweise eine Quecksilbersäule beim Erkalten sich „verkürzt", erkennt man ja nicht an der Quecksilbersäule allein schon, sondern erst an einem Vergleichsobjekt, nämlich der Thermometerskala, insofern man deren Länge eine dauernde Dieselbigkeit zuschreibt. Will man letztere anzweifeln und etwa ihr auch noch eine Veränderung nachsagen, so muß für diese ebenfalls ein Vergleichsobjekt zugezogen werden. Dergleichen geschieht auch von Stufe zu Stufe, bis man letztinstanzlich den drohenden „regressus in infinitum" beim Raume abbricht und die

sein brauche, um mit einem stetig sich anschmiegenden Maßfaden ausgemessen werden zu können. Das oben (S. 13) erwähnte Hilbertsche Integral würde dann als ein zutreffender Ausdruck für die „Länge" λ gelten dürfen. Nun sind aber bekanntlich Kurven definiert worden — ich nenne beispielsweise die von Weierstrass angegebene (vgl. Rothe im Taschenbuch 1913, S. 110):

$$y = f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n \cos(b^n \pi x)$$

$$\left(0 < a < 1,\ ab > 1 + \frac{3}{2}\pi,\ b \text{ ungerade, ganz}\right)$$

— elche zwar in jedem Punkte stetig, in keinem Punkte jedoch differenzierbar si also überhaupt keine Tangenten haben, und auf die der Begriff der „Länge" de gemäß gar nicht anwendbar ist. Wie die Differentiation hier versagt, so versagt ar die Integration. Was wird dann aus der Definition für λ? — die „Elementar-ar yse" findet, wie man sieht, an dieser Stelle wohl noch einige Arbeit vor.

Raumstrecke benutzt als ein Vergleichsobjekt, mit welchem die Vorstellung einer „Einschrumpfung" überhaupt nicht mehr verbunden wird.

Diesen Dienst als letztinstanzliches, unabhängiges, in solchem Sinne „absolutes" Vergleichsobjekt kann die Raumstrecke nun auch leisten, um obiger Aussage: „Ein Maßstab hat bei der Bewegung seine Länge verkürzt" eine bestimmte Sinnunterlage, unserm Denken einen festen Halt zu geben. Dann gilt die Raumstrecke als ein von der Existenz, von den Eigenschaften und Bewegungen der „Maßstäbe" nicht abhängiges Etwas. Wer aber, wie das bei Vertretern der Relativitätstheorie vorkommt, diesen Halt verwirft, muß sich entweder einen anderen suchen oder überhaupt darauf verzichten.

Auf die Unzulänglichkeit von Messungen und Rechnungen hinzuweisen, hat Weyl schon an einer früheren Stelle seines Buches (S. 23) Anlaß genommen, wo er unter anderem sagt:

„Ist es nun auf der einen Seite außerordentlich befriedigend, für die vielerlei Aussagen über den Raum, räumliche Gebilde und räumliche Beziehungen, aus denen die Geometrie besteht, diesen einen gemeinsamen Erkenntnisgrund [nämlich „daß er ein dreidimensionales lineares Größengebiet" ist] angeben zu können, so muß auf der anderen Seite betont werden, daß dadurch aufs deutlichste hervortritt, wie wenig die Mathematik Anspruch darauf machen kann, das anschauliche Wesen des Raumes zu erfassen: von dem, was den Raum der Anschauung zu dem macht, was er ist in seiner ganzen Besonderheit, und was er nicht teilt mit »Zuständen von Rechenmaschinen«... und »Lösungssystemen linearer Gleichungen«, enthält die Geometrie nichts. Dies »begreiflich« zu machen oder eventuell zu zeigen, warum und in welchem Sinne es unbegreiflich ist, bleibt der Metaphysik überlassen. Wir Mathematiker können stolz sein auf die wunderbare Durchsichtigkeit der Erkenntnis vom Raume, welche wir gewinnen; aber wir müssen uns zugleich sehr bescheiden, da unsere begrifflichen Theorien nur imstande sind, das Raumwesen nach einer Seite hin, noch dazu seiner oberflächlichsten und formalsten, zu erfassen."

Weyl verweist auf „metaphysische" Beihilfe. Nun darf man wohl aus der Grundidee der vorliegenden Schrift heraus die Frage aufwerfen, ob nicht auch von allen Aussagen eines Vertreters der „Metaphysik" gilt, daß zur Erzielung der Klarheit in bezug auf Begriffe, Grundsätze und alles daraus Abgeleitete die Methode der „Elementaranalyse" denselben Nutzen gewähren würde, wie auf dem Gebiete der Physik. Überhaupt ist ja auch die Stoffzerspaltung zwischen Physik und Metaphysik durchaus keine scharfe, und gerade Raum und Zeit ragen in beide Gebiete tief hinein. Sie bilden einerseits die dunkelsten und eben darum die umworbensten Probleme der Metaphysik, andererseits vereinen sie sich zur Darstellung des allgemeinen vierdimensionalen Koordinatensystems für das Weltgeschehen im Sinne der physikalischen Relativitätstheorie.

XII. Das Riemannsche Problem.

Übersicht.

A. Das Problem der Materie. — Weyls Hinweis auf die Einsteinsche Theorie von der räumlichen Geschlossenheit der materiellen Welt. — Weyl selbst findet, daß der Raum „geschlossen und daher endlich" sei. — Riemanns Theorie. — Darstellung derselben durch Henri Poincaré.

B. Die Krümmung als geeignetes Mittel, um die Eigenschaft der Unbegrenztheit mit der der Endlichkeit zu vereinigen. — Unterschied der Satzsubjekte bei Einstein und bei Weyl. — Dualismus von Materie und Feld. — Die Relativitätstheorie arbeitet mit einer „reinen Feldphysik". — Elektronen sind Energieknoten. — Dualismus von Feld und Raum. — Definition des Feldes von Haas. — Wie Weyl sich des Raumes bedient als eines Behälters von „Körnern" und „Knoten", als eines Platzgewährers zum „Fließen" und „Fortpflanzen".

C. Zwei verschiedene Wirkungen der „Krümmung". — Krümmung kann die Begrenztheit zerstören. — Kausal-metonymische Übertragung des Begriffes „endlich". — Paarung der Endlichkeit mit der Unbegrenztheit. — Krümmung eines räumlichen Gebildes erhöht die Anzahl der benötigten Dimensionen. — Die Heronische Formel. — Wellsteins Determinante fünften Grades. — Eine erwünschte und eine unerwünschte Folge der Riemannschen Raumkrümmung. — Wegscheiden Nr. 37 und 38. — Weyls Schlußsätze. — Die Elementaranalyse als Hilfsmittel, um die Welt zu „begreifen".

A. Am Schlusse unseres Abschnittes III (S. 23) wurde den Problemen des „Augenblicks" und des „Ortes" als drittes das Problem der „Materie" beigefügt und auf die reiche Fülle des einschlägigen Arbeitsstoffes hingewiesen, „unter dem Einsteins Gravitationstheorie besonders hervorrage". Ich kann nicht daran denken, von der letzteren hier eine Darstellung zu geben, sondern will — und zwar im Hinblick auf den besonderen Gegenstand unserer gegenwärtigen Erörterung — nur ein paar Sätze aus dem Schlußkapitel des Weylschen Buches anführen, die darauf nahen Bezug haben. Weyl schreibt (S. 222):

„Einstein gelangte bei kosmologischen Betrachtungen über den Zusammenhang der Welt im großen zu der Vermutung, daß sie räumlich geschlossen sei. Wie in der Newtonschen Gravitationstheorie das in der Poissonschen Gleichung ausgesprochene Nahewirkungsgesetz das Newtonsche Attraktionsgesetz nur dann nach sich zieht, wenn man die Bedingung hinzufügt, daß das Gravitationspotential im Unendlichen verschwindet, so sucht Einstein zunächst auch in seiner Theorie die Differentialgleichungen durch Randbedingungen

im räumlich-Unendlichen zu ergänzen. Der Unmöglichkeit gegenüber, solche Bedingungen allgemein invarianten Charakters zu formulieren, welche mit den astronomischen Tatsachen im Einklang stehen, findet er als einzigen Ausweg [die Maßregel, das „räumlich-Unendliche“, diesen unbequemen Gesellen, einfach zu beseitigen, oder, was dasselbe ist] die Annahme, daß die Welt räumlich geschlossen sei; denn unter dieser Annahme fallen [solche] Randbedingungen natürlich fort.“

Selber erklärt Weyl sich mit diesem Verfahren nicht einverstanden und trägt einen anderen Gedanken vor, der aber zuletzt auch ihn zu dem ähnlich lautenden Ergebnis führt (S. 224): „Der Raum stellt sich als geschlossen und daher endlich heraus.“

Die Worte „geschlossen und daher endlich“ leiten unsere Gedanken unmittelbar zurück auf die früher (S. 64) über die einschlägige Theorie Riemanns gemachten Bemerkungen. Bei dieser Theorie kommen hauptsächlich die Begriffe:

unbegrenzt, unendlich, gekrümmt, geschlossen

in Betracht. Eine anschauliche Darstellung der Sache, um die es sich hier handelt, gibt unter anderen Henri Poincaré („Wissenschaft und Hypothese“, übersetzt von Lindemann, Leipzig 1906, S. 39). Er geht aus von der viel erwähnten Idee der zweidimensionalen Lebewesen (man hat sie mit platten Wanzen verglichen), die als Bewohner einer Kugeloberfläche vorgestellt sind und sagt:

> „Was diese den Raum nennen würden, wird diese Kugel[-fläche] sein, von welcher sie nicht fort können, und auf welcher sich alle Ereignisse abspielen, von denen sie Kenntnis haben können. Ihr Raum wird also ohne Grenzen sein, weil man auf einer Kugel stets vorwärts schreiten kann, ohne aufgehalten zu werden, und dennoch wird er endlich sein ... In gleichem Sinne ist die Geometrie von Riemann identisch mit der sphärischen Geometrie, wenn man letztere auf drei Dimensionen ausdehnt.“

B. Miteinander vereinbar sind also die formal widerstreitenden Eigenschaften: „un-begrenzt“ und „endlich“ auf einer gekrümmten Fläche, wenn diese, wie es bei einer Kugel der Fall, „geschlossen“ ist, so daß man „ohne irgendwo aufgehalten zu sein, stets vorwärts schreiten kann“. Das taugliche Mittel zur Herstellung der Vereinbarkeit besteht demgemäß bei einem räumlichen Gebilde darin, daß es „durch Krümmung geschlossen“ sei. Und so fragt auch [illegible]yl (S. 81): „Ist es nicht möglich, daß unser dreidimensionaler Anschau[illegible]gsraum ein solcher gekrümmter Raum ist?“ Dann erst kann [illegible] ja „geschlossen und daher [trotz seiner Unbegrenztheit] endlich“ se[illegible] —

Nun besteht jedoch noch ein bemerkenswerter Unterschied bezüglich des Satzsubjektes. **Was** ist's, wovon ausgesagt wird: „geschlossen und daher endlich“?

Bei Einstein ist es „die **Welt**“, und da er dabei seine Schlußfolgerungen eigens auf Eigenschaften der „Gravitation“ gründete, so darf man annehmen, er versteht unter „Welt“ die Gesamtheit dessen, was der „Gravitation“ unterliegt oder irgendwie mit ihr in Zusammenhang steht.

Bei Weyl hingegen heißt das Satzsubjekt „der **Raum**“. — Sind nun diese beiden Satzsubjekte etwa überhaupt identisch? Insbesondere: Sind sie identisch nach der Auffassung der Relativitätstheorie?

Bei Erörterungen über die auf Gravitation zurückgeführten Tatsachen sind zwei verschiedene Bezeichnungen im Gebrauch, nämlich „gravitierende Materie“ und „Gravitationsfeld“. Auch Weyl redet von einem

„Dualismus von Materie und Feld,

die sich in gegenseitiger Wechselwirkung befinden“, erklärt aber (S. 61), dieser Dualismus sei „durch die Relativitätstheorie, und zwar zugunsten einer reinen Feldphysik, überwunden worden“. Dementsprechend heißt es weiterhin unter anderem (S. 162):

„Nicht das Feld bedarf zu seiner Existenz der Materie als seines Trägers, sondern die Materie ist umgekehrt eine Ausgeburt des Feldes.“ Es handelt sich bei der „in der Mechanik auftretenden Spaltung“ nur um „die Scheidung zwischen der breit und dünn im Felde verteilten und der in den Energieknoten, den Elektronen und Atomen zusammengeballten Energie; die Grenze zwischen beiden ist durchaus fließend“.

Daher wird vom „Felde“ ausdrücklich gesagt, es habe eine „körnige Struktur“.

Verhält sich das so, dann ist der „Dualismus zwischen Materie und Feld“ aufgehoben; Einsteins „Welt“ und alles in ihr Vorhandene, was an der „Gravitation“ beteiligt ist, haben wir in dem als „Feld“ bezeichneten Etwas gesammelt vor uns. Und so wandelt denn auch obige Frage von selbst ihre Form um; sie hat es jetzt zu tun mit einem

Dualismus von Feld und Raum.

Ist auch dieser etwa „überwunden“, oder aber sind „Feld“ und „R[illegible]“ Namen für zwei verschiedene transmentale Etwasse?

[illegible]ß das Wort „Feld“ seiner Urbedeutung nach bloß die Bezei[illegible]ung eines flachen räumlichen Gebildes sei, wurde im früheren (S. [illegible].) bereits hervorgehoben. Daß es diesen Sinn aber im Sprach-

gebrauch der Physik[1]) nicht mehr hat, geht schon aus der behaupteten „körnigen Struktur“ deutlich hervor; denn diese steht mit der Homogenität des „Raumes“ augenscheinlich in scharfem Widerspruch. Also ergibt sich zunächst gewiß noch nicht ohne weiteres eine Identität beider! — Aber nun wäre folgende Möglichkeit zu erwägen: Hat die Relativitätstheorie den Dualismus zwischen „Materie“ und „Feld“ in der Weise überwunden, daß das „Feld“ die „Materie“ so zu sagen verschluckte und in Form von „Knoten“ oder „Körnern“ sich einverleibte: könnte dann die Relativitätstheorie den Dualismus zwischen „Feld“ und „Raum“ nicht etwa auch auf die Art überwinden, daß das „Feld“ den „Raum“ verschluckt und sich ihn dermaßen einverleibt, daß zuletzt eben nur das „Feld“ als einziges transmentales Etwas übrig bleibt? — Dann gäbe es in Wahrheit letztinstanzlich (extra mentem) weder Materie noch Raum, sondern nur noch „Feld“ bzw. „Felder.“

Gegen diese Auffassung sprechen jedoch viele Weylsche Aussagen, z. B. (S. 162), daß „die Energieknoten sich durch den leeren Raum fortpflanzen“. Ferner alle diejenigen, die den Raum hinstellen als ein Etwas, welches von „Materiestücken [und das sind ja doch bloß „körnige“ Ansammlungen von Feldsubstanz] erfüllt“ und „eingenommen“ werden. Sodann die Sätze, in denen vom „Fließen“, vom „Fortschreiten“ oder „Sichfortpflanzen durch den leeren Raum“ die Rede ist. Ein Etwas, welches „fließende“ Gegenstände, „Körner“

---

[1]) Haas gibt (a. a. O., S. 123) folgende Definition: „Unter einem physikalischen Felde versteht man ein Gebiet, über das ein physikalischer Zustand so verteilt ist, daß jeder Stelle des Gebietes eine bestimmte, diesen Zustand charakterisierende Größe entspricht.“ — Diese Definition enthält drei voneinander trennbare Teile. Zunächst ist ausgesagt, das betreffende „Feld“ sei ein „Gebiet“, welches „Stellen“ besitze. Was hat man sich denn zu denken unter einer „Stelle“ eines „Gebietes“? — Geläufig ist uns, wie früher schon betont, die Vorstellung von „Stellen im Raum“. Auch Weyl bedient sich dieses Begriffes, und in der „Physik“ hat man ihn vordem stets als einen feststehenden Grundbegriff benutzt. So mußte also Haas wohl annehmen, man werde seine „Feld“definition so auffassen, daß sie erkläre: Unter einem „physikalischen Felde“ sei zu verstehen ein räumliches „Gebiet“, innerhalb dessen es „Stellen“ gibt, die an und für sich voneinander verschieden sind. — Inwiefern ist dieses „Gebiet“ nun aber ein „physikalisches Feld“ zu nennen? — Zur Begründung dessen dient der zweite in der Definition ausgedrückte Gedanke, der dahin geht, daß die voneinander verschiedenen „Stellen des Gebietes“ gewissen „physikalischen“ Etwassen Aufenthalt gewähren, die sich in „Zuständen“ befinden, die ebenfalls voneinander verschieden sind. — Hieran schließt sich als dritter sodann noch der Gedanke an, daß dem besonderen „Zustande“ derjenigen physikalischen Etwasse, die sich auf „jeder“ beliebig ausgewählten „Stelle des Gebietes“ befinden, eine — durch benannte oder unbenannte Zahlen ausdrückbare — „Größe“ „charakterisierend“ — also eindeutig — entspricht.

und „Knoten“ in sich birgt, kann man doch nicht füglich „leer“ nennen; daher muß das „Feld“ vom „leeren Raum“ verschieden sein.

Um indessen keiner Meinung vorzugreifen, seien hier unter Anknüpfung an die Grundsätze 10b, 12b, 18b eigens die „Wegscheiden“ aufgestellt:

34. Der Ausdruck „leerer Raum“ bedeutet
    a) ein,
    b) kein
    transmental existierendes Etwas.

35. Der Ausdruck „Feld“ bedeutet nach physikalischem Sprachgebrauch
    a) ein,
    b) kein
    transmental existierendes Etwas.

36. Das mit dem Ausdruck „Raum“ bezeichnete transmentale Etwas ist von dem mit dem Ausdruck „Feld“ bezeichneten
    a) verschieden,
    b) nicht verschieden.

Die drei a-Straßen führen zu dem Schluß, daß von den beiden vorhin erwähnten Ergebnissen das Einsteinsche keineswegs denselben Gedanken ausdrückt, wie das Weylsche; denn die beiden Satzsubjekte weichen nach Wortlaut und Sinn voneinander ab: „Welt“ und „Raum“ sind nicht dasselbe.

Somit kann die an der Gravitation beteiligte „Welt“ „geschlossen und endlich“ sein, ohne daß der „Raum“ geschlossen und endlich zu sein braucht. Wenn z. B. jenseits des sogenannten „galaktischen Systems“ überhaupt nichts mehr „fließt“ und keine „Knoten“ und „Körner“ mehr anzutreffen sind, so ist dort die „**Welt**“ geschlossen und zu Ende, während jenseits dieses „erfüllten“, dieses „eingenommenen“, „bedeckten“ Raumes, also jenseits der „Welt“ noch reichlich andere „Raumstellen“ transmental existieren und zur Verfügung stehen können, um tausend andere „Welten“ zu beherbergen, oder auch, wenn man von den „anderen“ absehen will — um unserer „Welt“ eine „Translation“, eine „Ortsversetzung“ zu gestatten. Anders aber verhält sich die Sache, wenn man mit Weyl behauptet, der „**Raum**“ sei „geschlossen und endlich“, und man diesen Sachverhalt abhängig macht von der schon erwähnten Weylschen Frage: „Ist es nicht möglich, daß unser dreidimensionaler Anschauungsraum ein solcher gekrümmter Raum ist?“

C. Unter diesem Gesichtswinkel müssen wir das, was „Krümmung“ heißt, nunmehr von neuem ins Auge fassen. — In Betracht kommen

kann die „Krümmung“ dreifach, nämlich erstens in bezug auf die Feststellung des Begriffes, zweitens auf die Feststellung eines Maßes, drittens auf die Feststellung ihrer Wirkungen.

Was in früheren Abschnitten (vgl. S. 73 ff.) über die Ableitung des Begriffes gesagt ist, kann für den hier erstrebten Zweck meines Erachtens genügen. Auf das Maß der Krümmung brauche ich überhaupt nicht einzugehen, weil ich mich in meinen Aussagen nirgends darauf zu stützen gedenke. Daher bleiben nur noch die Wirkungen der Krümmung zu erwägen, und diese sind es auch gerade, die für das Riemannsche Problem eine durchgreifende Wichtigkeit haben.

Wird ein Raumgebilde „gekrümmt“, so zieht dieser Vorgang zwei bedeutsame und durchaus verschiedenartige Wirkungen nach sich, von denen die erste das Schließungsproblem und die damit eng zusammenhängende Frage der Endlichkeit betrifft, während die zweite sich auf die Anzahl der Dimensionen bezieht, die zur Vornahme der mit dem Namen „Krümmung“ bezeichneten Tätigkeit benötigt sind.

Erstens das Schließungsproblem:

Fassen wir eine Strecke ins Auge. Sie ist an zwei Stellen „begrenzt“. Läßt sie eine „Krümmung“ zu, so bietet sie uns dadurch ein Mittel, um die beiden „Grenzen“ miteinander zu vereinigen und dadurch zum Verschwinden zu bringen. Aus der „begrenzten“ Strecke ist dann ein Gebilde (z. B. ein Kreis) entstanden, an dem keine „Grenzen“ mehr vorfindlich sind. Es ist somit „un-begrenzt“ und da der Begriff „Ende“ im Begriff „Grenze“ enthalten, so ist es auch „unendlich“ im natürlichen, primären Sinne dieses Wortes. Allein die Bezeichnung „endlich“ pflegt man auch in einem übertragenen Sinne auf die „Strecke“ anzuwenden, insofern man nämlich ihre Ausmessung in Betracht zieht. Wird eine Strecke mit Hilfe eines Maßstabes gemessen, so hat diese Tätigkeit naturgemäß dann ein „Ende“, wenn nach Verlauf einer gewissen Anzahl von Meßakten kein unabgemessener Rest der Strecke mehr übrig ist. Eine Eigenart der Strecke ist es also, daß sie der Meßtätigkeit ein „Ende“ aufzwingt. Und so kommt es, daß man die „Strecke“ als ein „endliches“ Objekt bezeichnet aus einem doppelten Grunde, erstens, weil sie an sich selbst mit „Enden“ behaftet ist, zweitens, weil sie die Meßtätigkeit zwangsweise beendet[1]).

[1]) Sprachtechnisch wird solch eine übertragene Sinnunterlegung eines Wortes als „kausale Metonymie“ bezeichnet. So kann man beispielsweise eine Melodie „traurig“, eine Landschaft „heiter“ nennen, und Eichend[illegible]ff preist den Wald als einen „andächt'gen Aufenthalt“. Deutlich tritt in d[illegible]en „Metonymien“ die „causa“ ins Licht. Der Wald bewirkt „Anda[illegible] ei empfindsamen Menschen, die ihn besuchen; der Kreis bewirkt bei [illegible] er ihn ausmißt, das „Ende“ seines Tuns.

Wird die „Strecke“ nun aber zusammengekrümmt zu einer geschlossenen Figur, dann ist der erste Grund weggefallen, der zweite Grund aber erhalten geblieben, und man betrachtet den letzteren nunmehr für sich allein als genügend, um auch diese Kurve als ein „endliches“ Raumgebilde zu bezeichnen. Die „Endlichkeit“ erscheint dann als versöhnt mit der „Unbegrenztheit“, und man stößt sich nicht daran, daß z. B. der Kreisumfang ein „endliches“ Gebilde ist, welches kein „Ende“ hat!

Genau ebenso verhält es sich dann auch mit einer umgrenzten Ebene, etwa mit der Oberfläche einer Metallscheibe. „Endlich“ ist sie aus denselben zwei Gründen, aus denen die „Strecke“ es ist. Hat der Kupferschmied die Scheibe aber zu einer Hohlkugel zusammengekrümmt, so mangeln ihr die „Grenzen“ und „Enden“, übrig geblieben ist aber doch nach wie vor ein zureichender Grund, sie (mit kausaler Metonymie) „endlich“ zu nennen, trotzdem sie „unbegrenzt“ ist.

Nach dieser Vorbereitung liegt die von Riemann aufgestellte Analogie nahe. — Bei ein- und zweidimensionalen Raumgebilden läßt sich die Vereinigung der Unbegrenztheit mit der Endlichkeit erzielen durch Krümmung, wenn diese bis zum Verschwinden der „Grenzen“ fortgeführt wird. Man braucht also nur den Fall zu setzen, ein dreidimensionales Gebilde ließe sich ebenfalls mit solchem Erfolge krümmen, daß alle seine „Grenzen“ dabei verschwänden, dann wäre das Ergebnis dasselbe: Unbegrenztheit gepaart mit Endlichkeit. Läßt sich das ausdenken beim dreidimensionalen Raum, so erscheint er von aller Begrenzung glücklich befreit (wir sind nämlich außerstande, den Gedanken zu vollziehen: Hier hat der „Raum“ seine „Grenze“), bleibt dabei aber doch endlich, d. h. ohne überstehenden Rest ausmeßbar. — Dies das erstrebte Ziel!

Gehen wir nun über zu der zweiten „Wirkung“, die mit der „Krümmung“ eines Raumgebildes verbunden ist, und die sich auf die Anzahl seiner „Dimensionen“ bezieht. Ausführlich habe ich darüber im 5. und 6. Kapitel meines Buches über das „Endliche und das Unendliche“ gehandelt. Indem ich darauf verweise, begnüge ich mich hier mit einigen kurzen Bemerkungen:

Werden zwei Punkte A, B gegeben, so reicht zu deren Aufnahme stets eine gerade Linie, ein eindimensionales Raumgebilde hin. — Den Begriff der „Dimension“ fasse ich hier in dem früher beschriebenen Sinne Killings.

Sind drei Punkte A, B, C gegeben, so genügt zu ihrer Unterbringung eine gerade Linie nicht in allen Fällen. Ob sie genügt oder nicht, entscheidet bekanntlich der Heronische Algorithmus, der die Maßzahl einer Dreiecksfläche bestimmt. Wenn diese Größe nicht

verschwindet, so ist zur Aufnahme der Punkte *A*, *B*, *C* eine gerade Linie außerstande, also eine Fläche, d. h. ein mindestens zweidimensionales Raumgebilde erforderlich. Angewendet werden kann dieses Kriterium aber augenscheinlich nur unter der Voraussetzung, daß die „Längen" derjenigen drei kontinuierlichen Punktmannigfaltigkeiten, Dreiecksseiten genannt, die durch je zwei der Punkte *A*, *B*, *C* begrenzt sind, eine zuverlässige „Messung" durch gerade Maßstäbe gestatten. Daher kommt das im vorigen Abschnitt über „Maßstäbe", sowie das bei der Wegscheide 33 über „Längen" Ausgesagte hier wesentlich in Betracht.

Falls zur Aufnahme von *A*, *B*, *C* ein zweidimensionales Raumgebilde erforderlich, ein eindimensionales also nicht hinreichend ist, so reicht letzteres augenscheinlich auch nicht hin, um die zwischen *A* und *B*, sowie zwischen *B* und *C* befindlichen Kontinua, z. B. eine fortlaufende Linie, die sich von *A* über *B* nach *C* erstreckt, in sich aufzunehmen. Eine „Gerade" kann das nicht sein, weil sonst die Heronische Maßzahl gleich Null sein müßte. Also ist die Linie *A B C* sicherlich krumm; wobei die „Knickung" als ein Sonderfall von „Krümmung" zu gelten hat.

Damit ist dargetan, daß zur Aufnahme, zur Unterbringung einer krummen Linie ein (mindestens) zweidimensionales Raumgebilde nötig ist, mit andern Worten, daß eine Gerade sich nicht „krümmen" kann, ohne sich in mindestens eine noch hinzukommende neue Dimension hineinzukrümmen. Man kann diesen Gedanken auch aussprechen in dem Satze:

> Die Krümmung eines eindimensionalen Raumgebildes erhöht die Dimensionenzahl des zu seiner Aufnahme erforderlichen Raumes um eine Einheit.

In diesem Sinne ist jede Kurve ein mindestens zweidimensionales Gebilde. — Nützlich scheint es mir, hierauf Ton zu legen, weil Kurven ja oft genug als „lineare" und damit auch schon als eindimensionale Gebilde gekennzeichnet worden sind. Das kann nur den Sinn haben, die Kurve sei in ihren Elementen auf die Gerade projizierbar, oder, sie sei durch eine eindimensionale Maßeinheit approximativ ausmeßbar, nicht aber den Sinn, zur Entfaltung ihrer Eigenart reiche eine einzige Raumdimension hin.

Sind uns — indem wir einen Schritt weitergehen — vier Punkte *A*, *B*, *C*, *D* gegeben, und wird gefragt, ob zu deren Aufnahme ein eindimensionales Raumgebilde genüge, so entscheidet darüber wiederum die Heronische Formel, wenn man sie sinngemäß auf die verschiedenen Tripel anwendet, die aus den vier Elementen gebildet werden können. Fällt die Antwort verneinend aus, sind also mindestens zwei Dimensionen

erforderlich, so fragt sich weiter, ob diese zwei auch genügen. Das läßt sich wiederum durch einen eigenartigen Algorithmus entscheiden, wobei auch bezüglich des „Messens" wiederum dieselben Punkte beachtet werden müssen, auf die soeben inbetreff des Heronischen Kriteriums hingewiesen wurde.

Betrachtet man nämlich $ABCD$ als Ecken eines Tetraeders, so läßt sich dessen Volumen mittels seiner sechs Kanten darstellen durch eine symmetrisch geformte Determinante fünften Grades. — Werde die Maßzahl von AB mit r_1, die von AC mit r_2, von AD mit r_3, von CD mit ϱ_1, von DB mit ϱ_2, von BC mit ϱ_3, das Volumen mit V bezeichnet, so ist:

$$288\,V^2 = \begin{vmatrix} 0 & \varrho_3^2 & \varrho_2^2 & r_1^2 & 1 \\ \varrho_3^2 & 0 & \varrho_1^2 & r_2^2 & 1 \\ \varrho_2^2 & \varrho_1^2 & 0 & r_3^2 & 1 \\ r_1^2 & r_2^2 & r_3^2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

Falls die durch diese Determinante festgelegte, das Volumen des Tetraeders bestimmende [1]) Zahl nicht gleich Null ist, reicht zur Aufnahme der vier gegebenen Punkte ein zweidimensionales Gebilde nicht aus. Drei Dimensionen sind nötig, und wenn nun $ABCD$ miteinander auf einer und derselben Fläche liegen (etwa einer Zone oder Kalotte usw.), so ist diese Fläche notwendig eine gekrümmte. — Durch analoge Erwägungen wie die vorherigen gelangen wir somit wieder zu der Folgerung, daß eine Ebene sich nicht krümmen kann, ohne sich in eine neu hinzukommende Dimension hineinzukrümmen. Daraus erfließt der Satz:

Die Krümmung eines zweidimensionalen Raumgebildes erhöht die Dimensionenzahl des zu seiner Aufnahme erforderlichen Raumes um eine Einheit.

So treten denn die mit der „Krümmung" von Raumgebilden verbundenen Wirkungen in zwei Fällen — nämlich beim Schritt von

---

[1]) Den Beweis bringt Heinrich Weber im 2. Bande der „Encyklopädie der Elementar-Geometrie". Leipzig 1905, S. 582f. — Auf die viel erwähnte geniale Art und Weise, wie Gauß „aus den inneren Maßverhältnissen einer Fläche" deren Krümmung erschließt, und wie er sein bekanntes „Krümmungsmaß" ableitet, brauche ich hier nicht näher einzugehen. Bemerkt aber mag noch werden, daß das Einschlägige, was von der „Ebene" gilt, auch bei solchen Flächen („Regelflächen") zutrifft, die sich in eine Ebene abrollen lassen, beispielsweise bei Zylinder- und Kegelmänteln. An die Stelle der „Strecken" treten dort „geodätische Linien", und das von den „Maßstäben" Gesagte muß sich danach richten.

der Strecke zur Kurve und von der Ebene zur Krummfläche — anschaulich hervor und liefern folgende beiden Sätze:

1. Die Krümmung kann zum abschließenden Schwund aller Grenzbehaftung führen ohne die Endlichkeit (d. h. die restfreie Ausmeßbarkeit) zu zerstören.
2. Die Krümmung ist beide Male mit einer Vermehrung der Dimensionenzahl verbunden.

Ist man nun wohl — so steht jetzt die Frage — berechtigt, die darin gegebene Analogie überhaupt weiter auszudehnen?

Wer sich dazu entschließt, wird wohl kaum umhinkönnen, beide Wirkungen des Krümmens gleichermaßen zu verallgemeinern, nicht aber — etwa einem erwünschten Zwecke zuliebe — bloß eine Analogie fortzusetzen und die andere — um einer unerwünschten Folgerung auszuweichen — einfach abzuschneiden. Solch ein Verfahren dürfte nur bei Vorführung durchschlagender sachlicher Gründe angängig sein. Als sehr erwünscht begrüßt man diejenige Analogie, welche die Unbegrenztheit mit der Endlichkeit versöhnt, indem sie besagt: Wenn der dreidimensionale Raum, in dem unser bewußtes Leben sich abspielt, genügend gekrümmt ist, so besitzen wir in ihm ein geschlossenes und endliches Objekt, und die unlösbare Aufgabe, den Gedanken einer „Grenze des Raumes“ zu vollziehen, ist unserem Geiste erspart.

Andererseits bedrängt uns dann die zweite Analogie mit der Erwägung: Wenn der dreidimensionale Raum überhaupt „gekrümmt“ ist, so kann das nur insofern der Fall sein, als er sich in eine vierte Dimension hineinkrümmt. Die Anzahl der in Anspruch genommenen Raumdimensionen wächst um eine Einheit. Sofort belästigt der vierdimensionale Raum uns dann von neuem mit der Aufgabe, ihn entweder als ein unbegrenztes und darum unendliches oder als ein durch Krümmung geschlossenes und darum endliches Etwas zu denken.

Der „Entweder“-Fall zerstört den ganzen Zweck der Analogie, der ja in der Erzielung der Endlichkeit besteht. Der „Oder“-Fall steckt den vierdimensionalen in einen fünfdimensionalen Raum hinein, der nicht zögert, uns seinerseits sofort mit der alten unbehaglichen Frage von neuem unter die Augen zu treten. Das führt augenscheinlich zu dem „Schritt von n auf $n + 1$“, der selber grenz- und endlos ist. —

Wer Vorstehendes für zutreffend hält, wird sagen, daß die [illegible]-krümmung ein vortreffliches Mittel ist, um bei einem Raume vo[illegible]-gebener Dimensionenzahl die „Unbegrenztheit“ mit der „Endlichkeit“ [illegible] u versöhnen. So schlägt sie der Hydra den dräuenden Kopf ab, verh[illegible]t

aber nicht, sondern erzeugt sogar das Nachwachsen eines neuen, nicht minder mißfälligen [1]). —

Keineswegs soll mit dem hier Dargelegten schon die Unmöglichkeit ausgesprochen sein, beim Raume überhaupt die Unbegrenztheit mit der Endlichkeit abschließend zu vereinigen und auf irgend einem Wege zu dem Ergebnis vorzudringen: Der Raum ist ein geschlossenes und endliches transmental seiendes Etwas. Niemandes Urteil wird vorgegriffen, wenn ich über diesen Punkt die Straßen scheide:

37. Die „Endlichkeit“ des Raumes im Sinne seiner restfreien Ausmeßbarkeit
    a) kann,
    b) kann nicht
    ohne Zuhilfenahme der Raumkrümmung dargetan werden.

Wer hier die b-Richtung einschlägt, seinen Zweck also durch das Mittel der Riemannschen Krümmung zu erreichen versucht, steht sofort vor der weiteren Trennung:

38. Ein n-dimensionaler Raum kann bis zum Verschwinden all seiner Grenzen gekrümmt sein
    a) ohne,
    b) nicht ohne
    die Existenz eines $(n+1)$-dimensionalen Raumes dafür nötig zu haben.

Möge mit den hier vor Augen gelegten Wegscheiden die Reihe meiner Erörterungen abgeschlossen werden. Ihr Plan und Zweck war lediglich die Förderung der Klarheit, genau im Sinne der trefflichen Sätze mit denen Weyl die „Einleitung“ seines Buches (S. 9) schließt:

> „Jenseits alles Einzelwissens bleibt die Aufgabe, zu begreifen. Trotz des entmutigenden Hin- und Herschwankens der Philosophie von System zu System können wir nicht darauf verzichten, wenn sich nicht Erkenntnis in ein sinnloses Chaos verwandeln soll.“

Gewiß wollen wir nicht verzichten auf das Begreifen. Ein unwiderstehlicher Geistestrieb drängt uns ja dazu. Gibt es denn nun aber, um

---

[1]) Ausführlicheres über das hier in Rede stehende Problem findet sich in [illegible] Buche über „Das Endliche und das Unendliche“, namentlich in dem [illegible]h gewisse Äußerungen des verdienten Astronomen Plassmann angeregten [illegible]. VI, dessen Überschrift lautet: „Weitere Erörterungen über Zweck und [illegible]olg einer Steigerung der Dimensionenzahl“, und in dem auch auf die vier[illegible]nsionale „Minkowski-Welt“ eingehend Bezug genommen ist.

bei einer Heerschar, einer Fülle von „Erkenntnissen“ das „Chaos“ zu vermeiden, wohl ein geeigneteres Mittel, als das, was ich hier mit dem Namen „Elementaranalyse“ bezeichnet habe, nämlich das Aufweisen klarer Begriffe und die scharfe Kennzeichnung und Scheidung der Grundsätze, auf denen das Lehrgebäude errichtet ist? –

Dingler kündigte ein „neues Zeitalter der Axiomatik“ an und suchte es durch sein Buch über „Das Prinzip der logischen Unabhängigkeit in der Mathematik“ (München 1915) eifrig zu fördern. Diese Schrift widmete er „dem Begründer der modernen Axiomatik David Hilbert.“ Hilbert selbst erblickte in einer entsprechenden Umgestaltung der Physik (vgl. S. 13) den „herrlichsten Ruhm der axiomatischen Methode.“ Nun aber ist die „axiomatische Methode“ nicht eigentlich eine Errungenschaft der „Moderne“, sondern wurde in einer für viele Jahrhunderte mustergültigen Weise schon von Euklid geübt.

Die Elementaranalyse setzt sich zum Ziel, noch etwas tiefer zu graben, als die „Axiomatik“, insofern sie ja auch die begrifflichen Wurzeln der „Axiome“ scharf ans Licht zu ziehen unternimmt. Doch auch in dieser Hinsicht ist (wennschon nicht allerwärts) Euklid ihr als Muster vorangegangen. So wurde denn auch schon in einigermaßen ähnlicher Sinnunterlegung der auffällige Terminus „Euklidisierung“ geprägt, und wenn man die „Elementaranalyse“ kennzeichnen will als „Euklidisierung“ irgend einer Wissenschaft, so ist diese Benennung gewiß durchaus keine abträgliche. Sie bezüglich der „Relativitätstheorie“ zu verdienen, wird daher hoffentlich nicht als ein unnützes, wertloses, abzulehnendes Streben der hier vorliegenden Schrift verurteilt werden.

Zusammenstellungen.

I. Die wichtigsten bei den Wegscheiden benutzten Grundbegriffe.

II. Die wichtigsten, zur Benutzung bei den Wegscheiden besonders definierten Arbeitsbegriffe.

Die Arbeitsbegriffe „absolut" und „relativ" kommen im Wortlaut der „Wegscheiden" nicht vor. Da sie aber an vielen Textstellen eine besonders wichtige Rolle spielen, so sei hier daran erinnert, daß der Begriff „absolut" auf S. 32 erklärt ist mit den Worten: „ohne Beziehung auf ein sonstiges Etwas". Die Begriffe „Etwas" und „Beziehung" stehen mit Nr. 1 bzw. Nr. 16 unter den „Grundbegriffen". Der Begriff „sonstig" deckt sich mit dem unter Nr. 1 aufgeführten Begriff „anders", der Begriff „ohne" mit dem unter Nr. 3 aufgeführten Begriff der Verneinung. — Über die Benutzung des Begriffs „relativ" ist schon gleich in der „Einleitung" (vgl. S. 2, Anm.) ausgesagt, er enthalte „den Gedanken, daß ein Ding D_1 betrachtet werden soll, insofern es in Beziehung stehe zu irgend einem andern Ding D_2". Das „Ding" ist hier ersetzbar durch „Etwas". Die „Beziehung" stellt ein irgendwie gezogenes Band, und diese Bindung zwischen D_1 und D_2 irgend eine Art von „Abhängigkeit" dar. Letzterer Begriff ist in die Formulierung der „Wegscheiden" aufgenommen.

III. Übersicht über die vorgeführten Wegscheiden.

Zum Problem des Augenblicks.

Zum Problem des Ortes.

Zum Problem der Bewegung, des zugehörigen Zeitverlaufs und der Wegbahn.

Zum Problem der Grenze, der Dimension, der Krümmung und der Strecke.

Zum Problem des Vergleichens.

Seite

25. Die von zwei Augenblicken begrenzten kontinuierlichen Gesamtheiten von Augenblicken — kurz „Zeitstrecken" genannt — sind Etwasse von
   a) lediglich intramentaler,
   b) nicht lediglich intramentaler,

   sondern sowohl intra- als transmentaler Geltung 85
26. Eine Zeitstrecke ist ein Etwas, dessen Geltung
   a) unabhängig,
   b) abhängig davon ist,

   ob im Bereich des transmental Seienden Zustandsänderungen eintreten 85
27. Die Länge einer Zeitstrecke ist von ihren Grenzen und ihrer Form, aber
   a) nicht abhängig,
   b) auch noch abhängig

   von einer besonderen Art von Orts- oder Zustandsänderungen, die irgend ein transmentales Einzelding oder eine Gruppe von Einzeldingen erfährt 85

Zum Problem der Berechnung von Zeitstrecken.

28. Gleiche Zustände auf physikalischem Gebiete können gleiche Zustandsänderungen bewirken
   a) nur in gleichlangen,
   b) nicht nur in gleichlangen, sondern auch in ungleichlangen Zeitstrecken 93

Zum Problem zeitlicher Koordinaten.

29. Zur eindeutigen Kennzeichnung eines zeitbezüglichen Koordinatenanfangspunktes ist es
   a) notwendig,
   b) nicht notwendig,

   die Gleichzeitigkeit mehrerer Ereignisse zu Hilfe zu nehmen 97
30. Außer dem mit dem Namen „Kosmos" bezeichneten Weltganzen gibt es
   a) noch mindestens ein,
   b) kein

   anderes transmental existierendes Etwas 100

Zum Problem der Vergleichung räumlicher Objekte.

31. Bewegte Materie behält beim Wechsel des Ortes und des Bewegungszustandes ihre Identität
   a) stets,
   b) nicht stets

   insoweit bei, daß sie als Meßwerkzeug (Maßstab) für Raumlängen dienen kann 105
32. War ein Maßstab mit Bezug auf einen passend gewählten Raum im Augenblicke Z_1 in Ruhe, hat sich dann bewegt und gelangt im Augenblicke Z_2 an einer anderen „Stelle" jenes Raumes nochmals zur Ruhe, so ist es
   a) sicher,
   b) nicht sicher,

   daß er „ohne merklichen Fehler" auch wieder die gleiche „Länge" hat 105
33. Die Länge einer Raumstrecke ist von ihren Grenzen und ihrer Form, aber
   a) nicht abhängig,
   b) auch noch abhängig

   von einem sonstigen Etwas X, mag es sich dabei um eine Existenz (Materie, Maßstab) oder um ein Geschehen (Bewegung, Lorentz-Kontraktion) handeln 106

Zum Riemannschen Problem.

Verzeichnis der angeführten Schriften.

Baer, Karl Ernst von: „Reden und kleinere Aufsätze vermischten Inhalts". 3 Bde. 2. Aufl. Petersburg 1886.

Balmes, Jakob: „Fundamente der Philosophie", übersetzt von Lorinser. 4 Bde. Regensburg 1856.

Cantor, Georg, Prof. Dr.: „Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre". Leipzig 1883.

Dedekind, Richard, Prof. Dr.: „Stetigkeit und irrationale Zahlen". 4. Aufl. Braunschweig 1912.

Descartes, René: „Principia philosophiae". Amsterdam 1644.

Dingler, Hugo, Dr.: „Das Prinzip der logischen Unabhängigkeit in der Mathematik, zugleich als Einführung in die Axiomatik". München 1915.

Einstein, A., Prof. Dr.: „Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie". Leipzig 1916.

—— Rezension des Weylschen Buches: „Raum—Zeit—Materie" in der Wochenschrift „Die Naturwissenschaften". Berlin 1918, S. 373.

Eisler, Rudolf, Prof. Dr.: „Wörterbuch der philosophischen Begriffe". 3 Bde. 3. Aufl. Berlin 1910.

Erdmann, Benno, Prof. Dr.: „Logik" I, 2. Aufl. Halle 1907.

Eucken, Rudolf, Prof. Dr.: „Geschichte der philosophischen Terminologie." Leipzig 1879.

Geiringer, H., Dr.: „Die nichteuklidischen Geometrien und das Raumproblem". Abhandl. in den „Naturwissenschaften" 1918, S. 635—641 und 653—658.

Haas, Arthur, Prof. Dr.: „Die Axiomatik der modernen Physik". Abhandl. in der Wochenschrift „Die Naturwissenschaften". Berlin 1919, S. 744—750.

—— „Die Physik als geometrische Notwendigkeit". Abhandl. in den „Naturwissenschaften" 1920, S. 121—127.

Helmholtz, H., Prof. Dr.: „Die Tatsachen in der Wahrnehmung". Berlin 1879.

Herbart, Joh. Friedr.: „Lehrbuch der Psychologie". Königsberg 1816. 3. Aufl., herausgegeben von Hartenstein. Hamburg 1887.

Hessenberg, Gerhard, Prof. Dr.: Grundbegriffe der Mengenlehre". Abhandl. der Friesschen Schule. I. Band, 4. Heft. Göttingen 1906.

—— „Mengenlehre" in Auerbach-Rothes „Taschenbuch für Mathematiker d Physiker". Leipzig 1911.

Hi , David, Prof. Dr.: „Grundlagen der Geometrie". 3. Aufl. Leipzig 1909.

— e Grundlagen der Physik". Erste Mitteilung an die Kgl. Gesellschaft r Wissenschaften in Göttingen. Veröffentlicht in den „Göttinger chrichten" 1915, 3. Heft, S. 395—407.

Hilbert, David, Prof. Dr.: „Die Grundlagen der Physik". Zweite Mitteilung. Göttinger Nachrichten 1917, S. 1—24.

Isenkrahe, Caspar, Prof. Dr.: „Das Endliche und das Unendliche. Schärfung beider Begriffe. Erörterung vielfacher Streitfragen und Beweisführungen, in denen sie Verwendung finden". Münster 1915.

—— „Das Problem der Evidenz. Was bedeutet, was leistet sie?" Kempten-München 1917.

—— „Untersuchungen über das Endliche und das Unendliche". Zweites Heft: „Die Lehre des Thomas von Aquin über das Unendliche, ihre Auslegung durch Prof. Langenberg und ihre Beziehung zur neueren Mathematik". Bonn 1920.

Jakob, Max: Rezension der Schrift von Witte über „Raum und Zeit im Lichte der neueren Physik" in der Wochenschrift: „Die Naturwissenschaften" 1918, S. 708 f.

Killing, Wilh., Prof. Dr.: „Einführung in die Grundlagen der Geometrie". 2 Bde. Paderborn 1893—1898.

Laue, M., Prof. Dr.: „Das Relativitätsprinzip". 2. Aufl. Braunschweig 1913.

Lehmen, Alfons S. J.: „Lehrbuch der Philosophie". 3 Bde. 3. Aufl., herausgegeben von Peter Beck, S. J. Freiburg 1911.

Mauthner, Fritz: „Wörterbuch der Philosophie". Neue Beiträge zu einer Kritik der Sprache. 2 Bde. München und Leipzig 1910.

Müller, Alois, Dr.: „Wahrheit und Wirklichkeit". Bonn 1913.

—— „Die geschichtliche Entwickelung des Bewegungsbegriffs". Abhandl. in der „Naturwissenschaftlichen Wochenschrift". Jena 1913, S. 373—379.

Pasch, Moritz, Prof. Dr.: „Vorlesungen über neuere Geometrie". Leipzig 1882.

Poincaré, Henri: „Wissenschaft und Hypothese". Deutsch von F. und L. Lindemann. 2. Aufl. Leipzig 1906.

Remy, Heinr., Dr.: „Zur Begriffsbestimmung des chemischen Elementes". Abhandl. in den „Naturwissenschaften". Berlin 1918, S. 525—530.

Stöckl, Albert, Prof. Dr.: „Metaphysik". 4. Aufl. Mainz 1873.

Thomas von Aquin: „Summa Theologica". Forzanische Ausgabe. 6 Bde. Rom 1894.

Weber, Heinr., Prof. Dr. und Wellstein, Jos., Prof. Dr.: „Enzyklopädie der Elementarmathematik". 3 Bde. Leipzig 1903—1907.

Weinstein, B., Prof. Dr.: „Die Grundgesetze der Natur und die modernen Naturlehren. Leipzig 1911.

Weyl, Hermann, Prof. Dr.: „Raum—Zeit—Materie. Vorlesungen über allgemeine Relativitätstheorie". Berlin 1919.

Wundt, Wilh., Prof. Dr.: „Logik", 3. Aufl. Stuttgart 1906.

Namen- und Sachregister.
